

**Storia e Fondamenti della Matematica**  
**a.a. 2019/2020**

Traccia d'esame – Gennaio 2021 -3

Un problema di linee rette e linee curve, di archi e di corde. Nell'analizzare il presente brano, tratto dalla traduzione italiana del trattato *De mathematica perfectione* del filosofo e scienziato Niccolò Cusano (1401-1464), si evidenzino i seguenti elementi, anche alla luce di altre opere, di questo o di altri autori:

- la rilevanza delle coppie di opposti nella storia della matematica;
- le analogie e differenze rispetto all'impostazione logico-geometrica di Euclide;
- le problematiche legate alla nozione di rapporto;
- il confronto tra grandezze: l'uguaglianza, la parte e il tutto.

*Al reverendissimo D. Antonio, Padre in Cristo, Cardinale  
della Santa Romana Chiesa, Sacerdote di San Crisogono,  
La perfezione matematica di Nicola,  
Cardinale di San Pietro in Vincoli.*

1

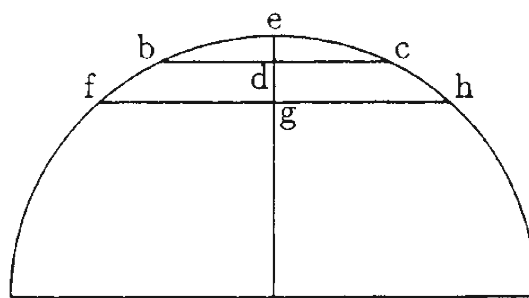
La vostra nobile mente, Padre reverendissimo, è attenta a considerare anche le più deboli speculazioni e altre volte mi ha richiesto qualcosa di nuovo. E, dato che un piede malato mi ha tenuto fuori dalla corte papale, costringendomi a stare due giorni a casa, ho redatto *La perfezione matematica*, che vi invio, in quanto, per la prova che in essa offro della forza che la dottrina della coincidenza ha in ambiti finora sconosciuti, vorrei raccomandarla anche nelle questioni teologiche. Infatti, da essa, come mostrano gli esempi che aggiungo, si attinge tutto ciò che c'è da sapere in matematica, in quelle oscure questioni da sempre studiate con estremo zelo, ma che finora non hanno portato a niente. D'altra parte, in che modo la matematica ci conduce quasi all'assoluto divino ed eterno, la vostra dotta paternità lo sa meglio di me, voi che siete l'apice dei teologi. Ho inoltre inviato un piccolo scritto su come considero lo specchio e le immagini enigmatiche<sup>2</sup>, nel quale, se il reverendo padre vorrà interessarsene un po', vedrà ad un tratto, se ho diretto rettamente la visione della mente al principio delle cose, ciò che anche i più dotti hanno temuto di scrivere. Essendo tutto ciò più facile da contemplare che da spiegare, non mi sono vergognato a inviarvelo, e spero di essere guidato dal vostro giudizio, sapendo che a nessun altro, se non al padre che mi ama, comunico questi segreti che mi sembrano forse più preziosi di quanto siano in realtà: correggerò la mia valutazione secondo il vostro giudizio, che supplico di inserire in questi scritti.

La mia intenzione è quella di arrivare alla perfezione matematica attraverso la coincidenza degli opposti. E poiché questa per-

2

fezione consiste per tutti nel rendere una grandezza delimitata da lati diritti uguale a una [grandezza] delimitata da lati curvi<sup>3</sup>, mi propongo di cercare il rapporto di due linee rette<sup>4</sup> che stanno tra loro come la corda e il suo arco; una volta conosciuto questo rapporto, ottengo il mezzo per rendere una grandezza delimitata da lati curvi uguale a una delimitata da lati diritti; ma, per scoprire tali linee, è necessario che io sappia il rapporto fra una corda e il suo arco, affinché, conosciuto tale rapporto, sia in grado di progredire in quest'arte. Ma come posso conoscere il rapporto fra una qualunque corda data e il [suo] arco, visto che forse fra queste grandezze così diverse non c'è alcun rapporto numericamente determinabile?

Sarà dunque necessario che io ricorra alla visione intellettuale, che vede coincidere la corda più piccola, ma non determinabile, con l'arco più piccolo. Infatti, quanto più la corda è piccola, tanto più la freccia diminuisce, come la freccia *de* della corda *bc* è più piccola della freccia *ge* della corda *fh*, poiché *bc* è più piccolo di *fh*, e così via.<sup>5</sup>



Dunque, la corda più piccola, di cui non si può dare una ancora più piccola, se fosse determinabile, non avrebbe una freccia [corrispondente], e non sarebbe neanche più piccola del suo arco. Qui, dunque, corda e arco coinciderebbero, se in essi si pervenisse alla grandezza più piccola. L'intelletto vede ciò perfettamente come necessario, sebbene sappia che né l'arco né la corda – essendo grandezze – sono in assoluto le più piccole, né in atto, né in potenza, dal momento che il continuo è sempre divisibile<sup>6</sup>. Per pervenire tuttavia alla conoscenza del loro rapporto, mi affido alla visione intellettuale, e dico di vedere dove si trova l'uguaglianza fra la corda e l'arco, ossia nel minimo assoluto<sup>7</sup> di ciascuno dei due. Vista questa uguaglianza, proseguo la ricerca per mezzo di un triangolo rettangolo, e ciò mediante la proposizione seguente.

## PROPOSIZIONE

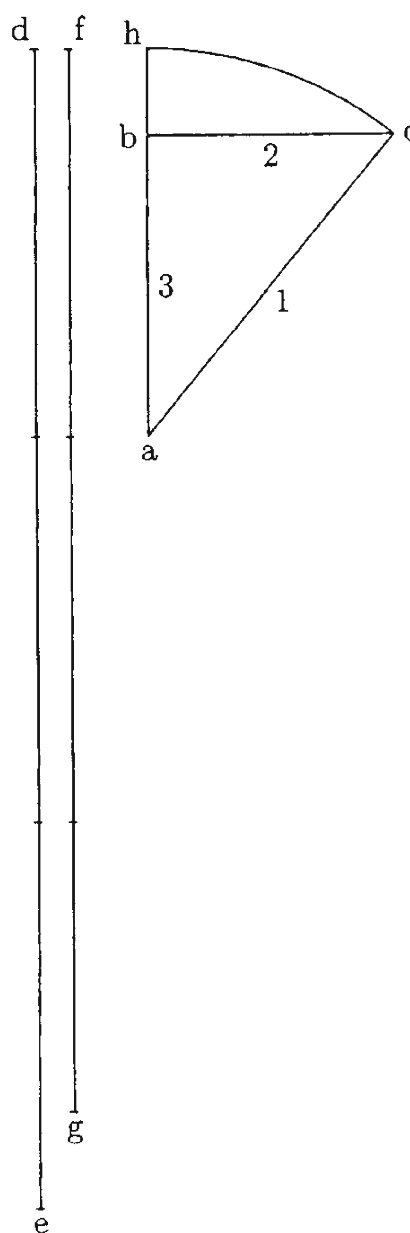
Se si pone il lato maggiore di un triangolo rettangolo<sup>8</sup> come prima linea e come semidiametro del cerchio, il lato minore come seconda linea e come semicorda, e il lato restante come terza linea, il rapporto fra il semiarco e la semicorda sarà uguale a quello tra la linea uguale a tre volte la prima linea e la linea uguale a due volte la prima più la terza<sup>9</sup>.

Così, se il triangolo rettangolo è ABC, il lato maggiore  $ac$  è la prima linea e il semidiametro del cerchio, il lato minore  $bc$  è la seconda linea e la semicorda, il lato  $ab$  è la terza linea e  $hc$  è il semiarco,  $de$  è uguale a tre  $ac$ , e  $fg$  è uguale a due  $ac$  più  $ab$ . Dico che il rapporto fra  $hc$  e  $bc$  è uguale a quello fra  $de$  e  $fg$ .

## SPIEGAZIONE DELLA PROPOSIZIONE

Un triangolo rettangolo è tanto più piccolo, quanto minore è la differenza tra la prima linea e la terza. Se dunque si potesse dare il più piccolo triangolo rettangolo, non ci sarebbe alcuna differenza tra prima linea e la terza; e poiché la seconda linea sarebbe la più piccola, allora, posta la semicorda, questa non sarebbe più piccola del semiarco, stando alle premesse.

Il triangolo rettangolo più grande si ha invece quando la differenza tra la prima e la terza linea è massima. Ciò accade quando la terza linea è uguale alla seconda, della quale non c'è una linea più piccola, e così la seconda è la semicorda del quadrante. Sia ABC il triangolo rettangolo.

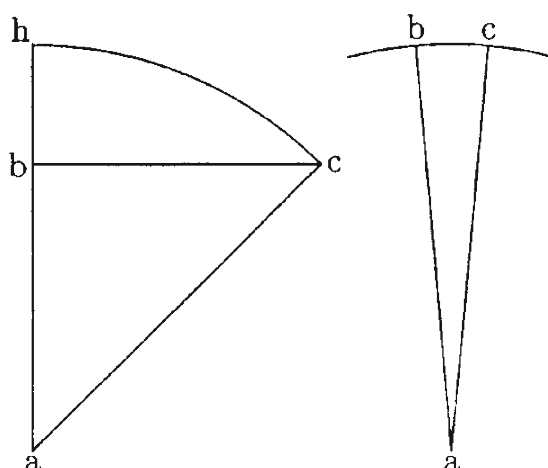


5

6



Dico che è possibile che, se si aggiunge una linea ad  $ac$ , e si aggiunge la stessa linea ad  $ab$ , la più grande si rapporti alla più piccola come il semiarco  $hc$  si rapporta alla semicorda  $bc$ . Do come certo che possa esservi una tale linea che si aggiunge ad  $ac$  e ad  $ab$ , come posto sopra, dal momento che si può dare una linea che,



aggiunta ad  $ac$  e ad  $ab$ , formi linee il cui rapporto è maggiore di quello fra il semiarco  $hc$  e  $bc$ , ed è certo che si può dare una linea che, aggiunta, formi linee il cui rapporto è minore di quello fra  $hc$  e  $bc$ . Dunque, [è certo che] se ne può dare anche una che, aggiunta, formi linee il cui rapporto non né maggiore, né minore di quello fra  $hc$  e  $bc$ , dal momento che non è contraddittorio che le linee rette si rapportino tra loro come la corda e l'arco, ossia che la corda sia commensurabile o incommensurabile rispetto all'arco.<sup>10</sup>

È chiaro anche che, qualunque sia questa linea, se nel triangolo rettangolo più piccolo essa è aggiunta anche ad  $ac$  e ad  $ab$ , la proposizione è verificata, essendo qui la prima e la terza uguali, così come lo sono il semiarco e la semicorda. Di conseguenza, qualunque sia la linea aggiunta, la proposizione resta vera. E poiché la linea che si aggiunge nel triangolo rettangolo più grande è la stessa che si aggiunge in quello più piccolo, essa resterà la medesima in tutti i triangoli rettangoli intermedi.

7

Questa è la radice della dottrina, da cui consegue che, se trovo la linea che bisogna aggiungere nel triangolo rettangolo di cui  $bc$  è la semicorda del quadrante, e la aggiungo anche laddove  $bc$  è la semicorda dell'esagono, allora scopro che il rapporto tra tali linee è uguale a quello tra gli archi, ossia di 3 a 2. È chiaro che ho trovato la linea che bisogna aggiungere in tutti i casi, e su questo non c'è dubbio.

Così ciò risulta chiaro facilmente. È possibile che il rapporto tra la linea uguale alla somma fra la terza [linea] e due volte la prima linea del triangolo rettangolo e la linea risultante dalla somma fra la

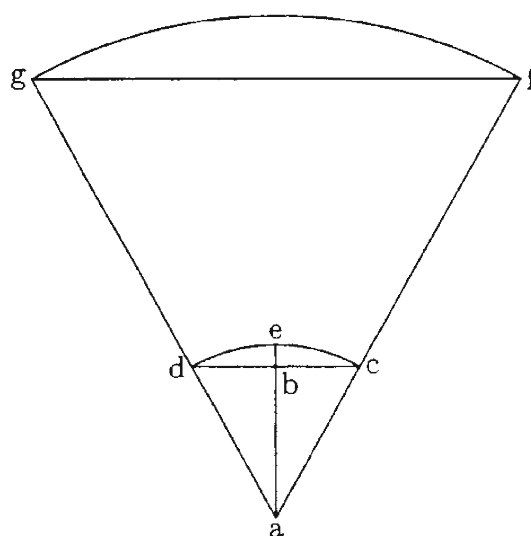
8

prima [linea] e quattro volte la seconda [linea] sia in qualche caso uguale a quello tra la semicorda e il semiarco. Questo è certo. Infatti, si dà un caso in cui il rapporto è più piccolo, come nei triangoli rettangoli più grandi, e uno in cui esso è più grande, come in quelli più piccoli, il che di per sé è evidente. Si dà dunque un caso in cui esso non è né più grande né più piccolo. Ovunque ciò accada, bisogna, per quanto premesso, che la linea aggiunta alla terza sia la stessa di quella aggiunta alla prima. Ma quella aggiunta alla terza è due volte la prima. Di conseguenza, quella aggiunta alla prima sarà due volte la prima, e ciò accadrà dove la seconda è la metà della prima, vale a dire la semicorda dell'arco dell'esagono. Di conseguenza, bisogna aggiungere il diametro<sup>11</sup>.

Potrai vedere questo così e anche in un altro modo. Se, per esempio, si desse un caso in cui il rapporto tra la somma di due volte la prima e due volte la seconda e tre volte la prima è uguale a quello tra la semicorda e il semiarco, si argomenterebbe come prima; ma, poiché la linea aggiunta alla terza e alla prima dev'essere la stessa, e poiché alla prima si aggiungono due volte la prima, e queste si aggiungono a due volte la seconda, allora due volte la seconda sarà uguale alla terza, e la linea aggiunta sarà il diametro. E potrai apportare tutti gli argomenti simili che vorrai.

Tuttavia, la proposizione dice che la linea aggiunta ad  $ac$  e  $ab$  è il diametro, ossia il doppio di  $ac$ , il che è lo stesso.<sup>12</sup> Da quanto detto potrai provare che lo stesso accade in tutti i casi in modo proporzionale.

Ma, affinché tu veda che è così come afferma la proposizione, prendi un doppio triangolo rettangolo, come sono  $ABC$  e  $ABD$ , descrivi l'arco  $dc$ , prolunga anche  $ab$  fino a toccare l'arco, e sia  $be$  la freccia. Dico che è possibile che un triangolo composto da questi triangoli rettangoli abbia proprietà tali che, se  $ac$  e  $ad$  sono prolungate all'infinito, e una corda, come  $gf$ , è parallela



9

10

a  $dc$  ed è uguale a [la somma di]  $ad$ ,  $ac$  e  $ab$ , allora l'arco, di cui  $gf$  è la corda, supererà la corda della freccia  $be$ , ossia di tanto quanto  $ae$  supera  $ab$ .

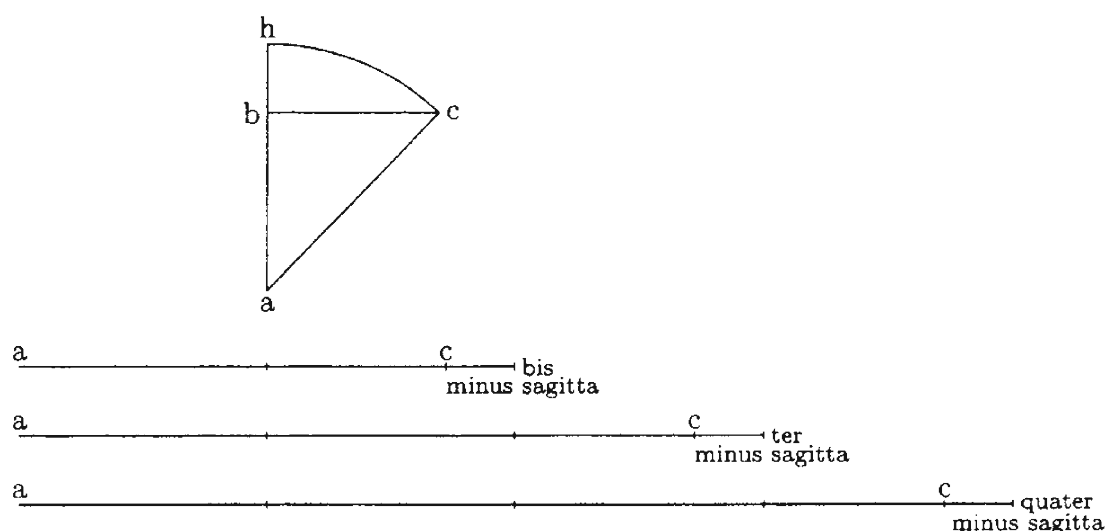
Non si può negare che ciò in qualche caso sia possibile, per esempio [nel caso in cui] tre semidiametri meno la freccia sono il triplo della corda; tuttavia, se ciò accada in questo o in un altro caso, non cambia: è sufficiente che sia possibile [almeno] in un caso<sup>13</sup>.

11

E se volessi, potresti provarlo come prima, poiché ciò si dà dove l'eccesso è più piccolo della freccia, e dove l'eccesso è più grande, e questo lo do per certo. Esso inoltre si dà laddove [l'eccesso] non è né più grande, né più piccolo, secondo quanto ho detto in precedenza. Ovunque ciò accadesse, è evidente che [la somma di]  $ac$ ,  $ad$  e  $ab$  si rapporterebbe a  $3ac$  come la corda all'arco. Ciò è evidente poiché [la somma di]  $3ac$  e  $3ac$  meno la freccia, in qualche caso, è uguale a [la somma de] la corda e l'arco – e questo è certo –, o anche [nel caso in cui] l'arco supera la corda di suddetta freccia. E si ottiene quel che si cerca [ossia l'uguaglianza], o all'interno o all'esterno. Se [tale l'uguaglianza] si realizza all'interno, allora, poiché l'arco supera la corda di una lunghezza minore della suddetta freccia, la corda sarà maggiore del caso in cui l'arco supera la corda della suddetta freccia, ma è impossibile che l'arco più piccolo sia sotteso da una corda più grande. Lo stesso accadrebbe se si affermasse che [l'uguaglianza] avviene all'esterno: l'arco più grande sarebbe sotteso da una corda più piccola. Perciò la linea da aggiungere ad  $ac$  e  $ab$  è  $2ac$ , ossia il diametro del cerchio, e questa è la verità.

Tuttavia, poiché è il diametro dello stesso cerchio, si potrà forse dire che, in qualsiasi cerchio, la linea da aggiungere è il diametro: non si dirà che è il diametro di un cerchio più grande, poiché allora non si avrebbe la verità nel cerchio massimo di cui non ce n'è uno che sia in atto più grande. E neanche si potrà dire che è di un cerchio più piccolo, poiché nel cerchio minimo in atto non si avrebbe la verità, e quindi in nessun cerchio, dal momento che ciò che si dice di un cerchio in quanto cerchio deve necessariamente valere per tutti [i cerchi]. E se non vale per tutti, allora non vale per nessuno; tuttavia, non importa che la ragione sia questa o un'altra. Il significato della proposizione è così chiara.

12



Aggiungerò un'altra dimostrazione di questa linea che deve essere aggiunta<sup>14</sup>. Si supponga una linea, di cui  $ac$  è una parte aliquota<sup>15</sup>, che si rapporta alla linea che supera della lunghezza di cui  $ac$  supera  $ab$ , in un rapporto più grande di quello fra  $hc$  e  $bc$ : per esempio sia tale linea il doppio di  $ac$ . E si supponga una linea, di cui  $ac$  è una parte aliquota, che si rapporta alla linea che supera della lunghezza di cui  $ac$  supera  $ab$  in un rapporto più piccolo rispetto a quello fra  $hc$  e  $bc$ : sia tale linea il quadruplo di  $ac$ . E queste cose sono assolutamente vere. Di conseguenza, si supponga una linea, di cui  $ac$  è una parte aliquota, che si rapporta alla linea che supera della lunghezza di cui  $ac$  supera  $ab$  come  $hc$  si rapporta a  $bc$ . Questa linea, essendo necessariamente più grande del doppio e più piccola del quadruplo, sarà tripla rispetto ad  $ac$ . Per questo, bisogna aggiungere ad  $ac$  il doppio di se stessa, vale a dire il diametro.

13

Perché tu veda anche numericamente quelle verità che ho detto sul doppio e sul quadruplo di  $ac$ , poni, secondo l'approssimazione di Archimede, che  $ac$  è 7,  $ab$  circa 5 e  $bc$ , essendo nel quadrante, anche uguale a 5.  $hc$  farà 5 e  $\frac{1}{2}$  secondo l'approssimazione della posizione, poiché il semicerchio è  $3ac$  più  $\frac{1}{7}$ , cioè circa 22; e così il rapporto fra  $hc$  e  $bc$  sarà circa come tra 5 e  $\frac{1}{2}$  e 5, o tra 11 e 10, e l'eccesso di  $ac$  rispetto ad  $ab$  circa 2. È chiaro che il rapporto tra il doppio di  $ac$ , cioè 14, e la lunghezza più piccola di tanto quanto è la differenza tra  $ac$  e  $ab$ , cioè circa 2, per esempio 12, è maggiore di quello

14

fra 11 e 10, e il rapporto tra  $4ac$ , cioè 28, e la grandezza più piccola di due, cioè 26, è minore di quello tra 11 e 10<sup>16</sup>. La linea, di cui  $ac$  deve essere una parte aliquota, deve essere più grande del doppio e più piccola del quadruplo. Essa sarà dunque il triplo, poiché essa sola è la linea di mezzo, di cui  $ac$  è la parte aliquota.

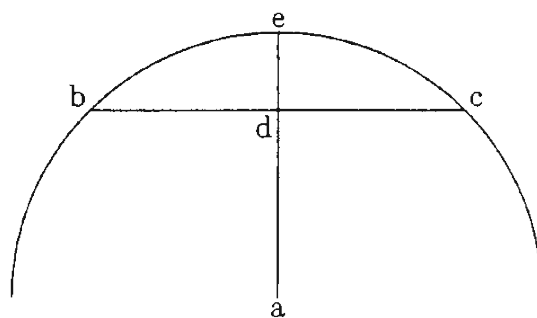
Invece il motivo per cui l'argomentazione afferma che la linea che si sta cercando deve essere una parte aliquota di  $ac$  è questo: poiché deve essere la stessa linea in tutti i triangoli rettangoli, è necessario che si prenda  $ac$ , che è anche la sola e unica in tutti, e non  $ab$  o  $bc$  che variano sempre. Si potrebbero aggiungere altri innumerevoli modi per dimostrare la proposizione, ma questi sono [quelli] fondamentali e sufficienti.

Molte cose nascoste si sono qui svelate, poiché vedi come ciò che si verifica per il massimo e il minimo si verifica per gli intermedi, e colui che vede il massimo coincidere con il minimo, cogliendo insieme il massimo e il minimo, in ciò vede tutto<sup>17</sup>. E, mediante questo procedimento, saprai come misurare grandezze diverse, che sembrano incommensurabili. Tutto ciò mi sembra importante e finora intentato. Archimede, infatti, che voleva trovare una linea retta che avesse la stessa misura della circonferenza di un cerchio attraverso l'elica, non ottenne nulla da quest'arte [con questo metodo], né scoprì ciò che egli cercava in particolare. Egli sbagliò, infatti, perché presupponeva ciò che cercava: l'elica o spirale, infatti, non può essere descritta senza il movimento di due punti, dove il rapporto tra i movimenti è uguale al rapporto esistente fra il semidiametro e la circonferenza del cerchio. Dunque, parlando dell'elica, egli presuppose proprio ciò che cercava.<sup>18</sup> Ma così stanno le cose. Torniamo al nostro compito e dalla portata di questa proposizione deduciamo qualche corollario, affinché da questi, con un procedimento equivalente, se ne possano spiegare altri innumerevoli.

### COROLLARIO

Il rapporto fra tre semidiametri e tre semidiametri meno la freccia della corda di un quadrante  $o$ <sup>19</sup> di un [arco] minore è lo stesso di quello fra un arco qualsiasi e la sua corda.

Sia  $bc$  la corda del quadrante o di un arco minore e si conduca una linea dal centro  $a$  fino a toccare la circonferenza nel punto  $e$ , passando per il punto medio di  $bc$ , ossia  $d$ . Il rapporto fra  $3ae$  e la somma di  $2ae$  e  $ad$  è uguale al rapporto fra l'arco e la corda  $bc$ .



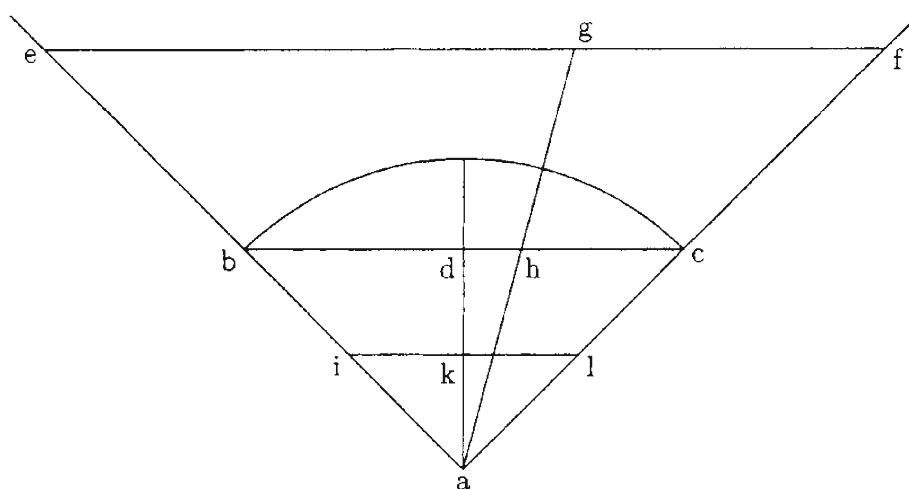
Parlando della corda del quadrante o di un [arco] minore, è chiaro che sulla [corda] maggiore il lato minore del triangolo rettangolo non può essere la semicorda, che tuttavia è ciò che si richiede. Il corollario risulta palesemente chiaro dalle premesse.

## COROLLARIO

18

Risolvere un dato arco in una retta.

Se l'arco è un quadrante o un [arco] minore, prendilo così com'è; se è maggiore, prendi la parte aliquota di esso che sia un quadrante o un [arco] minore. Sia  $bc$  l'arco del quadrante da risolvere in una retta. Traccia dal centro  $a$  linee di lunghezza infinita che passano per  $b$  e  $c$ , e un'altra,  $ad$ , che taglia la metà della corda, e, fra le infinite linee, descrivi una linea  $ef$  parallela alla corda  $bc$  che sia uguale a [la somma di]  $ab$ ,  $ad$  e  $ac$ . Su  $ef$  riporta  $ab$ , e sia  $fg$  uguale ad  $ab$ .



Traccia la linea  $ag$ , e indica con la lettera  $h$  il punto in cui essa taglia la corda  $bc$ . Dico che  $bc$  è un terzo dell'arco. Dunque, triplica

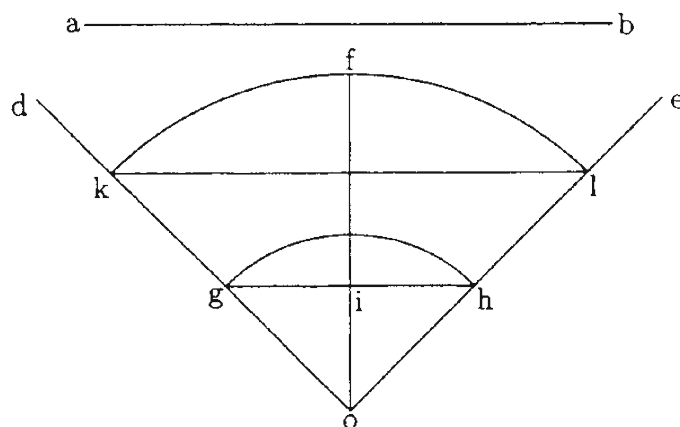
$bc$ , e hai trasformato l'arco in una retta. Oppure traccia la linea parallela a  $bc$  verso il centro, ossia  $ikl$ , in modo che [la somma di]  $ai$ ,  $ak$  e  $al$  siano uguali alla corda  $bc$ , e  $ai$  sarà un terzo dell'arco. Tutto ciò è chiaro di per sé.<sup>20</sup>

## COROLLARIO

19

Risolvere una data retta in un arco.

Sia  $ab$  la linea retta che vuoi risolvere nel quadrante di un qualsiasi cerchio: traccia dal centro  $o$  linee perpendicolari di lunghezza indefinita, ossia  $od$  e  $oe$ , e fai passare dalla metà dell'angolo un'altra linea,  $of$ , e segna la terza parte della linea  $ab$ , che vuoi risolvere [in arco], su  $od$  e  $oe$ , e sia  $og$  un terzo di  $ab$ , e allo stesso modo  $oh$ ; traccia  $gih$ . Di conseguenza, traccia  $kl$  parallela a  $gih$ , uguale a [la somma di]  $og$ ,  $oi$  e  $oh$ , e descrivi il quadrante avente come corda  $kl$ , poiché è ciò a cui  $ab$  è uguale. E se volessi risolverla in un altro arco, più piccolo di un quadrante, fa in questo modo. Se esso è più grande, prendi una parte aliquota. Per esempio, se vuoi ridurla a un cerchio, prendi la quarta parte della linea retta, risolvila in un quadrante e hai ridotto il tutto in un cerchio.



Se tu volessi veramente risolvere una data retta nell'arco di un dato cerchio, nella sua totalità o in una parte aliquota, procedi come sopra descritto, variando l'angolo [compreso tra]  $od$  e  $oe$  fino a raggiungere la corda uguale a [la somma di]  $og$ ,  $oi$  e  $oh$ .<sup>21</sup>

20

## COROLLARIO

21

Risolvere un dato arco di cerchio nell'arco di un altro cerchio.

Ciò si ottiene risolvendolo dapprima in una retta, e poi la retta in un arco di un altro cerchio, come descritto sopra.

## COROLLARIO

22

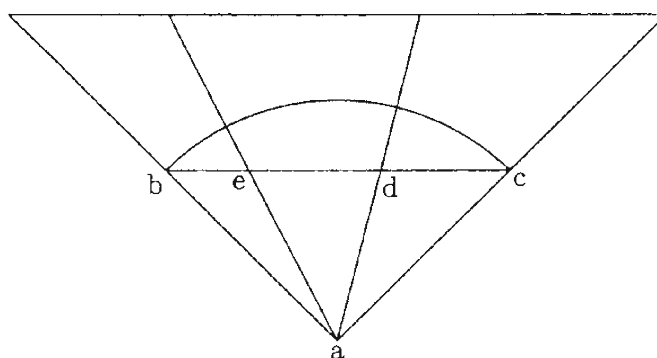
Trovare angoli che si rapportano tra loro come linee date.

Ciò si ottiene risolvendo le linee in archi di uno stesso cerchio, e tracciando dal centro i raggi <sup>22</sup> fino agli estremi di tali archi.<sup>23</sup>

## COROLLARIO

23

Il rapporto fra il semidiametro e il semidiametro meno la freccia è pari al rapporto fra un terzo dell'arco e l'eccesso di cui la corda supera due terzi del suo arco. Sia  $bc$  la corda di un quadrante;



su di essa hai segnato, stando a quanto premesso, due terzi dell'arco, cioè  $cd$  e  $de$ . Dico che il rapporto fra un terzo dell'arco  $de$  e l'eccesso  $eb$ , di cui la corda supera i due terzi, è pari al rapporto fra il semidiametro e il semidiametro meno la freccia.<sup>24</sup> Questo corollario è chiaro da quanto premesso. Ed è vero nel triangolo rettangolo più grande, in quello più piccolo, e in tutti quelli intermedi.

## COROLLARIO

24

Trovare la corda di un dato arco della parte aliquota di un semicerchio.

Poni il caso che, una volta conosciuta la corda di un quadrante, tu voglia conoscere la corda di un arco pari alla metà del quadrante. Conoscendo la parte della corda del quadrante che è uguale a un terzo dell'arco, prendi la sua metà, aggiungi a questo uno simile<sup>25</sup>, e cerca l'eccesso che si rapporta a un terzo come il semidiametro meno la freccia si rapporta al semidiametro<sup>26</sup>.

Aggiungerò qui precisi corollari.

25

Se tre semidiametri meno la freccia sono il triplo della corda, l'arco sarà uguale al semidiametro.

Se essi sono il doppio della corda, l'arco si rapporterà al semidiametro come 3 a 2.<sup>27</sup>



Tre semidiametri sono il medio proporzionale fra tre semidiametri meno la freccia e il semicerchio.<sup>28</sup>

Se tre semidiametri meno la freccia sono multipli della corda, tre semidiametri meno la freccia saranno multipli della corda della metà dell'arco e in modo proporzionale di una qualsiasi parte aliquota.

I tre lati di un triangolo equilatero saranno uguali alla circonferenza di un cerchio, il cui diametro è la terza parte dei due lati e della linea retta condotta da un lato alla metà del lato opposto.<sup>29</sup>

Se dal centro si conducono tre linee – una che passi per il punto iniziale della corda del quadrante o di un arco più piccolo, l'altra per la metà, la terza per il punto finale – che terminano su una linea parallela alla corda, di modo che il rapporto fra queste tre linee e la corda sia pari a quello fra la circonferenza e l'arco, allora la linea condotta per il punto iniziale della corda, triplicata, è uguale alla circonferenza.

26

L'arco uguale a tre quarti del diametro supera la sua corda della metà della freccia.

Il diametro di un cerchio è uguale a due terzi dei lati di un triangolo isoperimetrico e al semidiametro del cerchio inscritto nello stesso triangolo.

L'eccesso del semicerchio sulle due corde di un quadrante è pari all'eccesso della diagonale<sup>30</sup> del quadrato sul suo lato, se la diagonale è uguale alla terza parte del semicerchio.<sup>31</sup>

Il rapporto di tre diametri di un cerchio e la sua circonferenza è uguale al rapporto tra 14 più la radice di 36 per  $\frac{3}{4}$  e 21.<sup>32</sup>

La dottrina sulle corde è ora esaurientemente trattata.

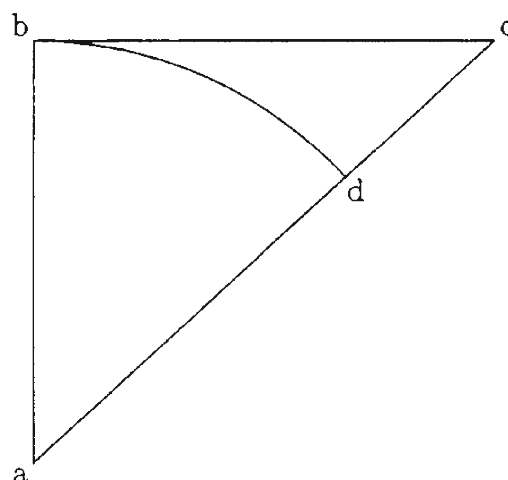
La dottrina della quadratura del cerchio è giunta ormai al suo fine. Quest'arte assolutamente perfetta insegna che, a seconda del rapporto fra le linee date, siano esse commensurabili o incommensurabili, si danno linee, superfici delimitate da linee diritte e da linee curve, e corpi.<sup>33</sup>

Dalla coincidenza fra la tangente minima e l'arco minimo, traggo la seguente proposizione:

## PROPOSIZIONE

27

Se si pone il secondo lato di un triangolo rettangolo come semidiametro di un cerchio, e il terzo come linea tangente al cerchio, o viceversa, e sarà descritto il cerchio, il rapporto fra la tangente e l'arco che cade dentro il triangolo rettangolo, sarà pari al rapporto fra la superficie delimitata da linee dritte e quella delimitata dalla linea curva.



Se ABC fosse il triangolo rettangolo,  $bc$  la tangente, e  $ab$  il semidiametro del cerchio descritto, il cui arco  $bd$  cade nel triangolo rettangolo, il rapporto fra  $bc$  e  $bd$  sarebbe pari al rapporto fra la superficie delimitata da linee diritte ABC e la superficie delimitata dalla linea curva  $abd$ .

La dimostrazione è la seguente: ciò si verifica nel minimo, se si potesse dare, e quindi in tutti i casi, poiché non è necessario stabilire che il triangolo rettangolo sia o no il massimo.

Risolvere una superficie data, delimitata da un arco e da raggi<sup>34</sup>, in un triangolo rettangolo.

28

Dato ABC, si risolva l'arco  $bd$  nella linea retta  $bc$ , e si chiuda il triangolo rettangolo con  $ad$ . Così, che  $bd$  sia o meno proporzionale alla circonferenza, sai come si riconduce una [qualunque] superficie a una superficie delimitata da linee diritte. E sai come risolvere un cerchio in un triangolo rettangolo, e così in un quadrato o in un'altra figura.

Risolvere una data superficie delimitata da lati diritti in una porzione di cerchio<sup>35</sup>.

29

Da quanto premesso la soluzione è evidente se essa è un triangolo rettangolo. Se così non è, [la] si riduce in triangolo rettangolo.

Risolvere le porzioni di cerchio comprese fra corda e arco<sup>36</sup> in [superfici] delimitate da lati dritti e circolari, è evidente da sé.

Il rapporto tra la superficie curva dei segmenti di sfera [la calotta sferica] e la [superficie della] base piana [di tali segmenti], è

30

come [quello tra] la linea dallo zenith al centro della base [della calotta], più il semidiametro della base [della calotta], e il suo semidiametro.

Ciò è evidente, dal momento che è così nel segmento minimo dove la superficie della base piana coincide con quella curva, e dove lo zenith coincide con il centro. Lo stesso accade in tutti gli altri casi.

La superficie curva della metà di una sfera è il doppio della superficie piana del cerchio della base.

Risolvere una superficie curva data di una sfera in una superficie piana circolare e con lati diritti.

Risolvere una sfera in un cubo, e un cubo in una sfera.

Allo stesso modo ricava i rapporti in tutte le altre superfici curve, facendo riferimento a quelli minimi. E tutto ciò che si può umanamente conoscere nelle matematiche si trova, a mio avviso, con tale procedimento.

Gloria a Dio.<sup>37</sup>

## LA PERFEZIONE MATEMATICA

<sup>1</sup> Il 30 settembre 1458, dopo aver lasciato la sua diocesi, Cusano incontra a Roma il cardinale spagnolo di S. Crisogono, Don Antonio Cerdá y Lloscos (cfr. J.E. Hofmann, *Die mathematischen Schriften*, traduzione di Josepha Hofmann, con introduzione e note di J.E. Hofmann, Hamburg 1952, d'ora in poi *Die math. schr.*, nota 2, p. 246), il quale lo invita a scrivere qualcosa di nuovo. Cusano scrive per lui il *De mathematica perfectione*, in cui, dopo i diversi tentativi precedentemente provati, rinuncia a trovare il rapporto esatto tra una grandezza rettilinea e una grandezza curvilinea e ricorre all'intuizione. Cusano considera quest'opera come il suo migliore trattato matematico e lo annota espressamente sotto il titolo dei *Complementi matematici*, al margine nel codice *Cu*, dove si legge: «qui... prevalet omnibus». Il trattato, inserito nel manoscritto *Cu* di Kues (Bibliothek des St. Nikolaus-Hospital, 219, f. 194<sup>r</sup>-198<sup>r</sup>), è riprodotto in altri codici nelle quattro versioni stampate complete. Nel *De mathematica perfetione* Cusano si serve della *visio intellectualis*, già ampiamente utilizzata nel *De Beryllo*, come una vera e propria *via demonstrandi*: portando al limite minimo (*minimum simplex*) l'arco e la corda, la freccia risulta nulla e la curva coincide perfettamente con la retta. Tale uguaglianza (*aequalitas*) tra arco e corda non è esprimibile con una precisa quantità (ossia attraverso un numero razionale), ma si attua nel minimo assoluto. Tuttavia, sostiene il Cardinale, ciò che è vero per il massimo e per il minimo è vero per tutti i valori intermedi (cfr. *De math. compl.*, 7, 1-4) e, alla fine dello scritto, Cusano escogita una serie di operazioni realizzabili attraverso la coincidenza degli opposti e lascia credere al trionfo di tale metodo, rinunciando a determinare l'esatta quadratura del cerchio. Come annota Jean-Marie Nicolle (*Mathématiques et Métaphysique dans l'œuvre de Nicolas de Cues*, Lille 1998, d'ora in poi *Math. et mét.*, nota 21, p. 121) le ultime sei pagine del *Codex Cusanus* 218 sono cancellate, senza dubbio con una pietra pomice. Nel Marzo 1968 il presidente della Cusanus-Gesellschaft di Trier ha portato il documento al dipartimento del Ministero Tedesco della Criminalità. Attraverso metodi chimici è stato possibile ritrovare le tracce di inchiostro e ricostruire il testo. Si tratta di una prima versione cancellata del *De Mathematica perfectione*. Ipotesi probabili sul perché siano state cancellate sono avanzate da Marco Böhlandt (*Wege ins Unendliche. Die quadratur des Kreises bei Nikolaus von Kues*, Augsburg 2002, pp. 104-109; Cfr. Id., *Vollendung und Anfang. Zur Genese der Schrift De mathematica perfectione*, in MFCG, 29, 2005, pp. 3-40). La prima versione è collegata da una certa affinità al *De beryllo*, che Cusano compone per i monaci di Tegernsee. È molto probabile che il *De mathematica perfectione* e il *De beryllo* siano stati scritti nel medesimo periodo e, poiché nel *De beryllo* si trovano argomenti generali sulla filosofia e sulla teologia simili a quelli esposti nella prima versione del *De mathematica perfectione*, è probabile che Cusano non abbia voluto riportarli nella versione definitiva: essendo simili, risultavano in

pratica inutili. Una squadra diretta da Rudolf Haubst ha proceduto alla decifrazione e Joseph Ehrefred Hofmann ha pubblicato il risultato di questo lavoro in *Über eine bisher unbekannte Vorform der Schrift «De Mathematica Perfectione» des Nikolaus von Kues* (MFCG, 10, 1973, pp. 13-57). Nel 1983 Klaus Reinhardt ha ritrovato e ha trascritto un manoscritto integro nel codice To di Toledo (Biblioteca Capitular, f. 188<sup>r</sup>-191<sup>r</sup>) molto simile a quello di Cu (*Eine bisher unbekannte Handschrift mit Werken des Nikolaus von Kues in der Kapitelsbibliothek von Toledo, mit Transskription der Vorform von De mathematica perfectione*, MFCG, 17, 1986, pp. 96-141). Sulla base del Codex 218 e le integrazioni da parte di Reinhardt è stata ricostruita integralmente questa *forma prior* del *De mathematica perfectione* ed è oggi disponibile nell'edizione critica degli scritti matematici curata da Folkerts, cit., pp. 183-199.

<sup>2</sup> Il termine latino è «aenigma». Cfr. *De beryllo*, 1, 2-10.

<sup>3</sup> Qui Cusano parla di «quantitas curva et rectilinea».

<sup>4</sup> Per «linee rectae» si intendono linee dritte, ossia non curve.

<sup>5</sup> Cfr. *De beryllo*, n. 1, 2-5.

<sup>6</sup> Cusano non assimila la più piccola grandezza restante fra la corda e l'arco a un punto. Secondo Hofmann (*Die math. schr.*, nota 4, p. 246), il valore di questa grandezza non è né indefinito, né un minimo, ma l'intervallo che noi chiamiamo infinitesimo e, su questa scia, Nicolle si chiede se Cusano possa essere considerato un precursore di Cavalieri (*Mat et mét.*, nota 2, p. 435). Ora, sebbene la storia della matematica, da Euclide in poi, sia piena di considerazioni sugli infinitesimi, nessuno, matematicamente parlando, fino al Seicento, è andato oltre il metodo di esaustione.

<sup>7</sup> Per «minimus simpliciter» s'intende il limite minimo infinito.

<sup>8</sup> Per «orthogonius» s'intende un triangolo rettangolo.

<sup>9</sup> *ac* è la prima, *ab* è la seconda, *bc* è la terza. L'approssimazione è: semiarco *hc*/semicorda *bc* =  $3ac / (2ac + ab)$ ; *bc* corrisponde al *sinus*, che altrove (*De compl. math.*, 68, 6), Cusano chiama «semicorda del doppio arco», secondo un'invenzione indiana trasmessa attraverso gli arabi all'Occidente medioevale (Cfr. R. Taton, *Histoire générale des sciences*, 4 voll., Paris 1957, vol. I, p. 161).

<sup>10</sup> Poiché Cusano aveva affermato che la seconda *bc* dovesse essere il lato minore del triangolo, il triangolo rettangolo isoscele risulta il più grande possibile tra quelli ammessi. Cusano suppone l'esistenza di una grandezza *t* tale che arco *hc* / corda *bc* =  $(ac + t) / (ab + t)$ .

<sup>11</sup> Hofmann riporta una nota presente nel manoscritto Cu che è stata dimenticata nelle versioni stampate. Si ha:  $(ab + 2ac) / (ac + 4bc) = \text{semicorda } bc / \text{semiarco } hc = (ab + t) / (ac + t)$ ; anche  $t = 2ac = 4bc$  (*Die math. schr.*, nota 10, p. 247).

<sup>12</sup> Si ha:  $(2ac + 2bc) / 3ac = \text{semicorda } bc / \text{semiarco } hc = (ab + t) / (ac + t)$ ; si suppone che  $t = 2ac = 4bc$ ; così,  $ab = 2bc$  e l'angolo  $\widehat{bac} = 26^\circ 34'$ .

<sup>13</sup> La regola generale è la seguente: arco *ced* / corda *cbd* =  $(ac + ae + ad) / (ac + ab + ad)$  = arco *gf* / corda *gf*. Se la corda *gf* =  $ac + ab + ad$ , allora l'arco *gf* =  $ac + ae + ad$  = corda *gf* + freccia *be*.

<sup>14</sup> In Cu 219, la figura è orizzontale. Si ha:  $[(4ac / (4ac - bh)) = (ac + 3ac) / (ab + 3ac)] < \text{semiarco } hc / \text{semicorda } bc < [(ac + ac) / (ab + ac) = 2ac / (2ac - bh)]$ . Da cui:  $(\text{semiarco } hc / \text{semicorda } bc) = 3ac / (3ac - bh) = (ac + 2ac) / (ab + 2ac)$ .

<sup>15</sup> Per «aliquota» s'intende: contenuta un numero intero di volte, ossia un sottomultiplo intero. Cfr. Th. Bradwardine, *Tractatus de proportionibus* (1328), in H.L. Crosby jr (ed.), *Thomas Bradwardine. His Tractatus on Properties, its Significance in the Development of Mathematical Physics*, Madison 1955, p. 68: «pars autem aliquota est illa quae, aliquotiens sumpta, reddit aequaliter summum suum. Pars vero non-aliquota est illa quae nullatenus, aliquotiens sumpta, reddit aequaliter summum suum» («Una parte aliquota è invero quella che, presa un determinato numero di volte, dà come risultato il suo tutto. Una parte non aliquota è quella che, presa un qualsiasi numero di volte, non dà come risultato il suo tutto», in: M. Clagett, *La scienza della meccanica nel Medioevo*, Milano 1972, p. 493).

<sup>16</sup> Da  $[28/26 < 11/10 < 14/12]$  Cusano conclude che  $[11/10 \approx 21/19]$ . J.E. Hofmann fa notare che il valore numerico approssimativo di  $21/19 = 1,105$  per  $(\pi / 2\sqrt{2}) = 1,111$  è esatto nonostante l'approssimazione utilizzata insufficiente di  $\sqrt{2} > 7/5$ ; il valore numerico esatto in base alla regola di Cusano sarebbe  $3/(2 + 1 : \sqrt{2}) = 1,108$  (*Die math. schrift.*, nota 14, p. 248).

<sup>17</sup> Cfr. *De docta ign.*, I 4, n. 11

<sup>18</sup> Cfr. *Quadr. circ.*, 2, 11-17; *De math. compl.*, 3, 2-11.

<sup>19</sup> In latino si legge «et», che è qui da intendersi nel senso di «o» alternativo.

<sup>20</sup> La regola è la seguente: arco  $bc$  / corda  $bc = 3ab / (ab + ac + ad) = 3hc / bc$ . Il secondo metodo non è sostanzialmente diverso dal primo.

<sup>21</sup> Oggi siamo soliti costruire secondo lo svolgimento di Huygens (*De circ. magn. inv.*, Prop. 13): se ABC è il triangolo dato e  $ae = 2ac$ ,  $ec$  interseca nel punto  $x$  la tangente del punto  $b$ . Il semiarco  $ch =$  linea  $bx$ ; quindi il semiarco  $ch$  / semiarco  $bc = 3ac / 2ac + ab = he / be = hx / bc$ . Questo procedimento si utilizza tanto per rendere lineare un arco quanto per rendere curva una linea.

<sup>22</sup> Cusano utilizza il termine generico di «sectores».

<sup>23</sup> Cfr. *Aurea prop.*, n. 6, 1-3.

<sup>24</sup> Se si definisce R il semidiametro, C la corda, F la freccia e A l'arco, si ottiene:  $A/C = 3R / (3R - F)$ . Se ne ricava che  $R / (R - F) = (A/3) / (C - 2/3A)$ .

<sup>25</sup> «Similis» è inteso qui come uguale.

<sup>26</sup> Il ragionamento sembra essere il seguente: conosci la parte della corda del quadrante che è uguale al terzo dell'arco ( $1/3$  di  $1/8$  d'arco =  $1/24$  d'arco), prendi la sua metà ( $1/2$  di  $1/3$  di  $1/4$  d'arco =  $1/24$  d'arco), *aggiungi ad esso lo stesso* ( $2 \times 1/3$  di  $1/8$  d'arco =  $1/3$  di  $1/4$  d'arco) e trovi l'eccesso che si rapporta al terzo (corda -  $2/3$  d'arco); questo è definibile come il quarto proporzionale.

<sup>27</sup> Cfr. nota 24. Il punto di partenza è la regola:  $A/C = 3R / (3R - F)$ . Si ricava che  $R / (R - F) = (A/3) / (C - 2/3A)$ . Da ciò consegue che  $3R - F = 3C$  e dunque  $A = C$ . Ma, essendo  $3R - F = 2C$ , allora  $A : R = 3 : 2$ .

<sup>28</sup> La regola  $A/C = 3R / (3R - F) =$  semicerchio /  $3R$  non vale sempre, ma soltanto per  $1/6$  di cerchio. Si tratta apparentemente di una conseguenza errata, risultata dal fatto che Cusano non distingue tra le frecce che appartengono ad archi diversi.

<sup>29</sup> Il triangolo equilatero di lato  $c$  e altezza  $h$  è tale che: circonferenza/diametro =  $1/6$  d'arco/corda =  $3c / (2c + h)$ . Questa proposizione si comprende facilmente se si riporta la regola alla formula inversa  $A - C/A = F / 3R$ .

<sup>30</sup> Cusano utilizza il termine *diameter* per indicare la diagonale in base a una etimologia inesatta da «δύο» e «μετρεῖν» (che divide in due) ripresa da Th. Bradwardine (*Geometria speculativa*, Paris 1495, II. 1. concl. 8: «linea diagonali quae ducitur ab angulo ad angulum [...] in quadrato vocatur diameter»). Una fonte chiara è Leonardo Pisano, *Practica geometriae*, 1220 (*Scritti di Leonardo Pisano matematico del secolo decimoterzo*, ed. B. Boncompagni, vol. II, Roma 1862, p. 2). Nel 1498 si trova ancora il termine diametro per designare la diagonale del quadrato in Luca Pacioli: «Si ha costume di parlare di diametro anche per i quadrati: ecco (è) perché, al fine di evitare qualunque equivoco, si dice diametro del cerchio e diametro del quadrato per differenziarli» (*Divina proporzione*, Parte I, cap. LXX). Cfr. *De compl. math.*, 9, 3.

<sup>31</sup> L'affermazione deriva dalla seguente formula:  $(A - C) / (C/3) = F / R =$  (diagonale del quadrato – lato del quadrato) / diagonale del quadrato.

<sup>32</sup> Generalmente *et* indica l'operazione di addizione. Questo rapporto deriva dalla regola sopra enunciata per un sesto di cerchio, con  $c = 7$ , per cui  $h = 7/2 \sqrt{3} = \sqrt{36} \frac{3}{4}$ .

<sup>33</sup> Si è qui tradotto «superficies recta» con «superficie delimitata da linee dritte» e non con «superficie piana». Quest'ultimo significato avrebbe senso se si volesse distinguere la «superficies recta» dalla «superficies curva», come quella di una sfera; ma qui sembra che Cusano tenga conto di due e non di tre dimensioni, cioè ragiona nel piano, anziché nello spazio.

<sup>34</sup> Come nei *Compl. mat.* (90, 3), qui Cusano utilizza il termine «sectores» per indicare i raggi.

<sup>35</sup> Qui per «portio circularis» Cusano intende il settore circolare.

<sup>36</sup> Qui per «abscissio» Cusano intende il segmento circolare. Quanto segue nel testo deriva da Archimedes, *De sphaera et cylindro*, I, 30 (*Archimedis opera omnia cum commentariis Eutocii*, ed. J.L. Heiberg 3 voll., Leipzig 1910-15; vol. I, pp. 42-43; *Sulla sfera e sul cilindro*, tr. it. a cura di A. Frajese, in Archimede, *Opere*, Torino 1974, pp. 146-147).

<sup>37</sup> Rispetto alla versione ultima, la *forma prior* del *De mathematica perfectione* presenta tre passaggi in cui emergono differenze interessanti rispetto alla versione definitiva. Riportiamo qui la traduzione dei tre estratti; *primo estratto* (4-7): «Si deve considerare quindi in che modo, se applico la visione intellettuale a qualsiasi quantità, per esempio a una linea, vedendola nella necessità d'essere, che non può essere né più grande né più piccola, vedo quella grandezza come assoluta, [...], ossia come misura adeguata di ogni quantità, e, come nella grandezza, lo stesso vale per il triangolo, il cerchio e per tutte le altre figure; e come vedo che tutte le cose del genere della grandezza che sono nella necessità dell'essere della grandezza sono la grandezza assoluta stessa, così tutte le cose che sono assolutamente nella necessità dell'essere sono la necessità stessa. E da ciò considero di vedere la verità e la conoscenza delle cose là dove tutte le cose sono le stesse, cioè la necessità dell'essere. Dunque, se voglio trovare come si possa conoscere l'uguaglianza tra una grandezza rettilinea e una grandezza curvilinea è necessario che io sia guidato dalla visione intellettuale, la quale intuisce la loro uguaglianza nel cerchio massimo e allo stesso tempo nel cerchio minimo. Infatti, finché l'intelletto intuisce il cerchio nella necessità dell'essere,

cioè così che non può essere né più grande né più piccolo, essendo il più grande e allo stesso tempo il più piccolo, esso vede il cerchio assoluto complicare ogni cerchio, e che la proporzione è vera in esso, dato che la corda e l'arco si identificano, e le linee, che sono limitate sulla corda, sono le stesse che sono limitate sull'arco, come sono note a chi le osserva. Dunque, da ciò che si vede qui, si ha che la vera conoscenza sta nella proporzione nei cerchi sensibili che sono le esplicazioni della complicazione del cerchio assoluto, come io ne ho trattato nei precedenti libri sulla dotta ignoranza. Come, infatti, nei [cerchi] sensibili, la corda e l'arco differiscono e variano, mentre sono lo stesso assoluto nel cerchio assoluto massimo, così in essi proporzionalmente differiscono le linee limitate. Da ciò, allo stesso modo, deriva la diversità della corda e dell'arco nei cerchi sensibili, poiché la semplicità del primo cerchio assoluto non può, come è comprensibile, essere sensibile, dato che la retitudine della sua circonferenza, man man che discende dalla sua perfezione, declina in curvatura; così la corda, che è sottesa all'arco, non può essere come l'arco. E poiché forse tu non sei molto abituato alle visioni intellettuali, e non sai cogliere la coincidenza del cerchio massimo con il cerchio minimo, [né cogliere] che la circonferenza è uguale alla linea retta, poiché né la ragione né l'immaginazione colgono ciò – esse, infatti, essendo precedenti alla quantità divisibile, trascendono tutte le capacità <conoscitive>, tranne quella intellettuale – ti guiderò affinché tu possa comprendere». – Questa esposizione è interessante perché precisa la nozione di *visio intellectualis*, annunciata in modo molto laconico nella versione definitiva: «Sarà dunque necessario che io ricorra alla visione intellettuale, che vede coincidere la corda più piccola, ma non determinabile, con l'arco più piccolo» (n. 3, 1-3). Si puntualizza, infatti, che la visione intellettuale deriva da una certezza logica: Cusano parla di «necessità dell'essere» (*necessitas essendi*); la visione intellettuale annulla la nozione di quantità al fine di realizzare l'uguaglianza delle grandezze; la visione intellettuale porta a grandezze assolute, minimo e massimo, ossia a figure perfette non percepite attraverso i sensi; la visione intellettuale annulla la differenza fra piccolo e grande nell'assoluto, poiché il minimo e il massimo coincidono. *Secondo estratto* (20-21): «Ora voglio trasformare una porzione di cerchio o un cerchio in un triangolo rettangolo. Considero in che modo nel cerchio massimo il triangolo rettangolo e la porzione o il cerchio coincidono, cioè sono uguali, dato che retta e arco sono uguali. Da ciò vedo che, se i due lati del triangolo rettangolo che costituiscono l'angolo retto sono uguali al semidiametro e alla porzione dell'arco, le superfici saranno uguali in tutti i cerchi, proprio come nel <cerchio> massimo esse coincidono. E la coincidenza che si vede nel <cerchio> massimo si vede anche nel triangolo rettangolo più piccolo in qualsiasi cerchio. È dunque chiaro che il triangolo rettangolo, di cui un lato è <uguale> al semidiametro del cerchio e l'altro con cui il lato forma l'angolo retto è uguale alla circonferenza del cerchio, è uguale alla circonferenza più il cerchio. In questo modo determinerai in maniera proporzionalmente le porzioni <di cerchio>; si risolve ogni triangolo rettangolo in rettangolo o in quadrato o in altri poligoni grazie a ciò che è conosciuto in matematica. E così tu hai l'arte <di trasformare> una superficie delimitata da linee curve in una superficie delimitata da linee dritte, quadrangolare, triangolare o



in un'altra figura». – La versione definitiva (27, 1-9), sembra molto meno empirica, più «matematica», e cancella tutti i riferimenti alla nozione di coincidenza. *Terzo estratto (25-31)*: «Ho così voluto rivelare queste cose attraverso degli esempi, per dare occasione agli studiosi di meditare sul modo in cui si ottiene la conoscenza delle cose dalla visione intellettuale che si eleva al minimo e al massimo, affinché si sappia che ciò che si vede in modo complicato quasi all'origine o al principio, è esplicito nelle figure sensibili, e sul modo in cui nella coincidenza degli opposti si vede la complicazione delle cose conoscibili, come in questa matematica, dove si vede coincidere l'arco, la corda e la tangente nel triangolo rettangolo minimo. E così qui si complica il sapere delle cose conoscibili riguardo all'uguaglianza di ciò che è dritto e di ciò che è curvo [...] E, poiché questi esempi sono utilissimi a coloro che ricercano la verità, specie quando quelle questioni che, nonostante il massimo impegno, sono rimaste finora senza risposta, sono ora risolte in modo facile e certo, così, con questo esempio l'intelletto si aiuta e si volge allo scibile teologico, ossia alla coincidenza assoluta del minimo e del massimo o all'opposizione delle opposizioni, così come il grande Dionigi definisce Dio come opposizione delle opposizioni, che non è altro che la coincidenza o l'uguaglianza. Infatti quell'uguaglianza inominabile è la forma dell'essere e del conoscere e la si vede attraverso la coincidenza degli opposti prima di ogni posizione e rimozione. A colui che contempla questa considerazione aiuterà moltissimo a ricavare che la visione intellettuale è la vita dell'intelletto, che si nutre delle verità; infatti, soltanto con tale visione è visibile, ed è spirituale colui che è abituato a quella visione, poiché, tra tutti coloro che si sforzano di parlare della verità, <è il solo che può> giudica<re>, senza essere giudicato da nessuno; infatti soltanto chi apprende sa riferire le cose vere. Quella visione è dunque la luce della ragione, senza la quale ogni discorso è incerto e ogni movimento è ambiguo. La ragione, infatti, senza di essa, non sa fin dove si estende. Infatti soltanto la visione intellettuale è senza errore e senza inganno, e giudica la vera via, che conduce alla visione della verità, e se non è principio, mezzo e fine di ogni movimento della ragione, ogni lavoro è vano, così come colui che ricerca ciò che non conosce, si affatica inutilmente. Da ciò, attraverso la fede, è iniziata la vera teologia di Cristo. La fede, infatti, è, per così dire, una sorta di visione, ma enigmatica; si conclude certamente con una visione, che si dice visione faccia a faccia senza enigma, ossia così com'è; e tuttavia non si vede nient'altro rispetto a ciò che si credeva. Dunque, la fede porta ciò che la visione coglie non all'incertezza, ma alla certezza, e ciò che coglie è la felicità, alla quale ogni natura intellettuale aspira attraverso l'attività intellettuale. Tuttavia la visione intellettuale è definita dal grande Dionigi transizione in Dio. E come colui che vede questa frase di Euclide, ossia «il punto è ciò che non ha parti», vede in modo complicato, attraverso la visione intellettuale perfetta, tutto ciò che egli scrisse di geometria, e accede alla conoscenza di questi; così, colui che vede il verbo, attraverso cui egli agì, e il futuro, accede alla sapienza del padre creatore, poiché in quel verbo vede tutto ciò che è stato creato o può essere creato in modo complicato. Questa visione è la transizione alla sapienza, che è Dio. Lo stesso Dottore definisce quella visione anche nutrimento. Infatti l'intelletto si nutre della visione dell'ar-

te divina, che è il verbo. Ricava, infine, un esempio da come Dio creò il mondo, sebbene il modo divino sia senza modo. Come il matematico forma un concetto nuovo della quadratura del cerchio all'interno di se stesso, non dalla prima materia dell'essere, e poi lo rappresenta all'esterno, e, affinché possa rappresentarlo al meglio adatta gli strumenti e la tavola nella quale descriverà il concetto o il verbo nel modo in cui può cogliere la rappresentazione del suo verbo, e fa ciò per mostrare la gloria o la chiarezza del suo intelletto, la quale è tanto più lodata quanto più è compresa, allo stesso modo Dio ha creato tutto da se stesso affinché sia manifesta la sua gloria, la quale è tanto più lodata quanto più la sua sapienza è colta o compresa. A Lui lode e gloria nei secoli dei secoli. Fine».

–Quest'ultimo passaggio non ha un equivalente nella versione definitiva. Cusano sembra qui formulare qualche idea della sua filosofia della matematica: le dimostrazioni matematiche sarebbero esemplari per la conoscenza di tutte le cose; la visione intellettuale in matematica permetterebbe di spiegare la complicazione e sarebbe dunque una via d'accesso all'essere delle cose.