

Il gruppo di Klein in S_n

I seguenti sottoinsiemi di S_4 sono sottogruppi isomorfi al gruppo di Klein (ogni elemento è simmetrico di sé stesso), ossia sono gruppi di ordine 4 non ciclici.

$$H_1 = \{id, (1, 2), (3, 4), (1, 2)(3, 4)\}$$

$$H_2 = \{id, (1, 2)(3, 4), (1, 3)(2, 4), (1, 4)(2, 3)\}$$

In S_8 il seguente sottogruppo è isomorfo ai precedenti:

$$H_3 = \{id, (1, 2)(3, 4), (5, 6)(7, 8), (1, 2)(3, 4)(5, 6)(7, 8)\}$$

Questi esempi suggeriscono un modo generale per costruire un sottogruppo di ordine 4 non ciclico in un gruppo simmetrico S_n , con $n \geq 4$. Basta prendere α, β permutazioni di ordine 2 disgiunte, e considerare l'insieme

$$H = \{id, \alpha, \beta, \alpha\beta\}.$$