

## Il gruppo di Klein in $S_n$

I seguenti sottoinsiemi di  $S_4$  sono sottogruppi isomorfi al gruppo di Klein (ogni elemento è simmetrico di sé stesso), ossia sono gruppi di ordine 4 non ciclici.

$$H_1 = \{id, (1, 2), (3, 4), (1, 2)(3, 4)\}$$

$$H_2 = \{id, (1, 2)(3, 4), (1, 3)(2, 4), (1, 4)(2, 3)\}$$

In  $S_8$  il seguente sottogruppo è isomorfo ai precedenti:

$$H_3 = \{id, (1, 2)(3, 4), (5, 6)(7, 8), (1, 2)(3, 4)(5, 6)(7, 8)\}$$

Questi esempi suggeriscono un modo generale per costruire un sottogruppo di ordine 4 non ciclico in un gruppo simmetrico  $S_n$ , con  $n \geq 4$ . Basta prendere  $\alpha, \beta$  permutazioni di ordine 2 disgiunte, e considerare l'insieme

$$H = \{id, \alpha, \beta, \alpha\beta\}.$$