

Teorema 7.6 - bis (*Teorema Fondamentale dell'Aritmetica o Teorema di fattorizzazione unica-forma generale*) Sia n un numero intero diverso da $0, 1, -1$. Allora esistono, per qualche intero positivo s , s interi primi p_1, p_2, \dots, p_s tali che

$$n = p_1 p_2 \cdots p_s. \quad (1)$$

Inoltre, il numero s ed i numeri primi p_1, p_2, \dots, p_s sono univocamente determinati “a meno del segno”.

Dimostrazione: L'esistenza della fattorizzazione (1) discende dal Teorema 7.6: se n è negativo, basta applicare tale enunciato a $-n$. Per quanto riguarda l'“unicità”, se $p_1 p_2 \cdots p_s$ e $q_1 q_2 \cdots q_t$ sono fattorizzazioni di n , allora $|p_1| | p_2 | \cdots | p_s |$ e $|q_1| | q_2 | \cdots | q_t |$ sono fattorizzazioni di $|n|$, un intero maggiore di 1. Per il Teorema 7.6, si ha allora che $s = t$ e, a meno di riordinare i fattori, per ogni $i = 1, \dots, s$, si ha che $|p_i| = |q_i|$, da cui l'unicità “a meno del segno”.