

La legge di annullamento del prodotto

Un anello A è integro se e solo se non ammette divisori dello zero, ossia se e solo se

non $(\exists a \in A, a \neq 0 \text{ tale che } (\exists b \in A, b \neq 0 \text{ tale che } ab = 0 \text{ oppure } ba = 0))$.

Equivalentemente:

$$\forall a \in A, a \neq 0 \text{ **non** } (\exists b \in A, b \neq 0 \text{ tale che } ab = 0 \text{ oppure } ba = 0),$$

ossia

$$\forall a \in A, a \neq 0 \quad \forall b \in A, b \neq 0 \text{ si ha } ab \neq 0 \text{ e } ba \neq 0,$$

ossia ancora:

$$\forall a, b \in A, a \neq 0 \text{ e } b \neq 0 \implies ab \neq 0 \text{ (e } ba \neq 0),$$

$$\forall a, b \in A, a \neq 0 \text{ e } b \neq 0 \implies ab \neq 0$$

e infine:

$$\forall a, b \in A, ab = 0 \implies a = 0 \text{ oppure } b = 0.$$