I sottogruppi finiti del gruppo moltiplicativo su $\mathbb{C}^*$

Sia H un sottogruppo finito non banale di $(\mathbb{C}^*, \cdot)$, e sia $|H| = n$. Allora, per il Teorema di Lagrange, per ogni $z \in H$, si ha $z^n = 1$. Ciò prova che $H = R_n$, gruppo delle radici $n-$esime dell'unità. Ricordiamo che, in base alle formule di De Moivre,

$$R_n = \{e^{i\frac{2\pi k}{n}} | 0 \leq k \leq n-1\} = \langle e^{i\frac{2\pi}{n}} \rangle.$$

I generatori di R_n, detti *radici primitive* $n-$esime dell'unità, sono tutti e soli i suoi elementi di periodo n, ossia le radici $n-$esime di 1 che non sono sue radici di ordine minore di n. Sono i seguenti:

$$e^{i\frac{2\pi k}{n}}, \text{ ove } k \text{ è coprimo con } n.$$