

Precorso di Matematica

Esercizi - Foglio 3

Esercizio 1

Determinare l'unica risposta esatta alle seguenti domande a risposta multipla:

1. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A) $\forall x, y \in \mathbb{R} : |x| = y \iff x = y \vee x = -y$
- (B) $\forall x, y \in \mathbb{R} : |x| = |y| \iff x = y \vee x = -y$
- (C) $\forall x, y \in \mathbb{R} : |x| \leq y \iff x \leq y \vee x \geq -y$
- (D) $\forall x, y \in \mathbb{R} : |x| \geq y \iff x \geq y \wedge x \leq -y$
- (E) Nessuna delle risposte precedenti

2. L'equazione $|2x - 1| = 3x + 4$:

- (A) ha tre soluzioni
- (B) ha due soluzioni
- (C) ha un'unica soluzione
- (D) non ha soluzioni
- (E) nessuna delle risposte precedenti è corretta

3. L'equazione $|6x^2 - 5x + 1| = 3x - 1$ ha

- (A) 3 soluzioni reali
- (B) 2 soluzioni reali
- (C) Una soluzione reale
- (D) Nessuna soluzione reale
- (E) Nessuna delle risposte precedenti

4. Quante sono le soluzioni razionali dell'equazione $\frac{6 - |x^3 - x^2|}{x^3 + x^2} = 1$?

- (A) tre
- (B) due
- (C) una
- (D) nessuna
- (E) Nessuna delle risposte precedenti

5. Sia S l'insieme delle soluzioni dell'equazione $|2x + 1| = x^2 - 1$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A) S è un insieme di 4 elementi.
- (B) $S \cap \mathbb{Q} = \{-2\}$.
- (C) S contiene due numeri irrazionali.

- (D) S non contiene numeri positivi.
- (E) Nessuna delle affermazioni precedenti è corretta.
6. Sia S l'insieme delle soluzioni dell'equazione $|3x - 1| = x^2 - x - 2$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?
- (A) $S \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) = \{2 + \sqrt{5}\}$.
- (B) S è un insieme di 4 elementi.
- (C) $S \cap \mathbb{Q} = \{-3, 1\}$.
- (D) S contiene due numeri irrazionali.
- (E) Nessuna delle affermazioni precedenti è corretta.
7. L'insieme delle soluzioni della disequazione $|2x + 5| \leq 1 - x$ è:
- (A) $[-\frac{4}{3}, +\infty[$
- (B) $] -\infty, -6] \cup [-\frac{4}{3}, +\infty[$
- (C) $[-6, -\frac{4}{3}]$
- (D) $] -\infty, -6]$
- (E) Nessuna delle risposte precedenti.
8. L'insieme delle soluzioni della disequazione $|2x^2 + x - 4| \geq 2x - 1$ è:
- (A) $\mathbb{R}$
- (B) $] -\infty, 1] \cup [\frac{3}{2}, +\infty[$
- (C) $[-\frac{5}{2}, 1]$
- (D) $[-\frac{5}{2}, -1] \cup [\frac{3}{2}, +\infty[$
- (E) Nessuna delle risposte precedenti.
9. La disequazione $\frac{3 - |2x - 1|}{x^2 - 3} \leq 0$ è risolta da tutti i numeri reali $x \in \mathbb{R}$ tali che:
- (A) $x < -\sqrt{3} \vee \sqrt{3} < x \leq 2$
- (B) $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3} \vee x > 2$
- (C) $-\sqrt{3} < x \leq -1 \vee \sqrt{3} < x \leq 2$
- (D) $x < -\sqrt{3} \vee -1 \leq x \leq 2$
- (E) Nessuna delle risposte precedenti.
10. L'insieme delle soluzioni della disequazione $(3x + 1)^4 \leq (x^2 + x - 1)^2$ è:
- (A) $\emptyset$
- (B) $\mathbb{R}$
- (C) $[-\frac{7}{10}, 0]$
- (D) $] -\infty, -\frac{7}{10}] \cup [0, +\infty[$
- (E) Nessuna delle risposte precedenti
11. Siano $x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A) $\frac{1}{x^3} \leq \frac{1}{y^3} \iff y \leq x$
 (B) $\frac{1}{x^3} \leq \frac{1}{y^3} \iff 0 \leq y \leq x$
 (C) $\frac{1}{x^3} \leq \frac{1}{y^3} \iff 0 < y \leq x \vee x \leq y < 0$
 (D) $\frac{1}{x^3} \leq \frac{1}{y^3} \iff 0 < y \leq x \vee y \leq x < 0 \vee x < 0 < y$
 (E) nessuna delle risposte precedenti.

Esercizio 2

Determinare l'insieme delle soluzioni delle seguenti equazioni e disequazioni:

- | | |
|--|---|
| (a) $ 3x + 1 = x^2 + 3x$ | (f) $ x - 2 + x^2 < 2$ |
| (b) $\frac{ x^2 - 3 }{x} = 5x - 3$ | (g) $ x^2 - 2 \geq x$ |
| (c) $\frac{1}{ x - 2 } + \frac{1}{x(x - 2)} = \frac{1}{2}$ | (h) $\frac{1 - 2x - 3 }{x - 9} \geq 0$ |
| (d) $ 3 - x + 2x = 0$ | (i) $\frac{ 4x^2 - x }{1 - x} \leq 3x$ |
| (e) $(x + 2)^6 = (2x - 1)^6$ | |

Risposte Esercizio 1

1. B
2. C (soluzione: $x = -\frac{3}{5}$)
3. B (soluzioni: $x = 1 \vee x = \frac{1}{3}$)
4. D (soluzioni: $x = \sqrt[3]{3} \vee x = -\sqrt{3}$)
5. B
6. A
7. C
8. B
9. E (soluzioni: $x < -\sqrt{3} \vee -1 \leq x < \sqrt{3} \vee x \geq 2$)
10. C
11. D

Risultati Esercizio 2

(a) $x = 1 \vee x = -3 - 2\sqrt{2}$

(b) $x = 1 \vee x = -\frac{1}{2}$

(c) $x = \sqrt{2} \vee x = -\sqrt{2} \vee x = 2 + \sqrt{6}$

(d) $x = -1$

(e) $x = -\frac{1}{3} \vee x = 3$

(f) $]0, 1[$

(g) $] -\infty, 1] \cup [2, +\infty[$

(h) $] -\infty, 1] \cup [2, 9[$

(i) $[0, \frac{4}{7}] \cup]1, +\infty[$