

Precorso di Matematica

Esercizi - Foglio 1

Esercizio 1. Determinare l'unica risposta esatta alle seguenti domande a risposta multipla:

1. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- (A) $a < b \wedge c \leq 0 \implies ac \leq bc$
- (B) $a < b \wedge c \neq 0 \implies ac < bc$
- (C) $a < b \wedge c \geq 0 \implies ac \geq bc$
- (D) $a < b \wedge c < 0 \implies ac > bc$
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

2. Sia a un numero reale, $a < 1$. Quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera?

- (A) $a^2 < 1$
- (B) $a^3 < 1$
- (C) $a^2 < a$
- (D) $|a| < 1$
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta

3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- (A) $a \leq b \implies ac \leq bc$
- (B) $a < b \implies ac^2 < bc^2$
- (C) $a \leq b \wedge c \geq 0 \implies a^2c \leq b^2c$
- (D) $a < b \wedge c \neq 0 \implies \frac{a}{c^2} < \frac{b}{c^2}$
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

4. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A) $\forall a, b, c \in \mathbb{R}: a \leq b \wedge c \neq 0 \implies ac \leq bc$.
- (B) $\forall a, b, c \in \mathbb{R}: a \leq b \wedge c \geq 0 \implies a^2c \leq b^2c$.
- (C) $\forall a, b, c \in \mathbb{R}: a \leq b \wedge c \leq 0 \implies a + c \leq b$.
- (D) $\forall a, b, c \in \mathbb{R}: a \leq b \wedge c \leq 0 \implies a \leq b + c$.
- (E) Nessuna delle affermazioni precedenti è corretta.

5. Siano $a = 10000$ e $b = 520$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta.

- (A) $b \mid a$.
- (B) $a \cdot b$ ha 36 divisori interi positivi.
- (C) $\text{mcm}(a, b) = 520000$
- (D) $\text{MCD}(a, b) = 40$.

(E) Nessuna delle affermazioni precedenti è corretta.

6. L'allineamento decimale di $\frac{7}{11}$ è:

- (A) 11,7
- (B) 7,11
- (C) 0,6̄3
- (D) 0,̄63
- (E) Nessuno dei precedenti

7. L'allineamento decimale di $\frac{21}{50}$ è:

- (A) infinito e non periodico
- (B) infinito e periodico semplice
- (C) infinito e periodico misto
- (D) finito
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta

8. Si consideri il numero reale $\alpha = -3,14\overline{56}$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A) $\alpha > -3$
- (B) $\alpha \in \mathbb{Z}$
- (C) $\frac{\alpha}{2} \in \mathbb{Q}$
- (D) $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

9. Si considerino i numeri reali:

$$a = \frac{3}{7} \quad b = \frac{15}{32} \quad c = \frac{1}{\sqrt{6}}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A) $a < b < c$
- (B) $b < a < c$
- (C) $a < c < b$
- (D) $c < a < b$.
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

10. Si considerino i numeri reali $a := \frac{1}{5\sqrt{2}}$, $b := 0,1\overline{3}$, $c := \frac{1}{7}$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A) $a < b < c$
- (B) $b < a < c$

- (C) $c < a < b$
 (D) $a < c < b$
 (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

11. Si considerino i numeri reali:

$$a = 1 - \sqrt{2} \quad b = -\frac{1}{3} \quad c = -\frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A) $c < a < b$
 (B) $a < b < c$
 (C) $b < a < c$
 (D) $a < c < b$
 (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

12. Si considerino i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R} :

$$A := \left\{ \sqrt[6]{2}, 0, 11\bar{3}, -15, 0 \right\} \quad B := \left\{ 2^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}, 0, 11\bar{3}, 3\pi \right\}$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- (A) $A \subseteq \mathbb{Q}$
 (B) $A \cap B = \left\{ \frac{17}{150} \right\}$
 (C) $B \setminus A \subseteq \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$
 (D) $A \cup B$ ha 6 elementi
 (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

13. Si considerino i numeri reali $a = \frac{4}{7}$, $b = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $c = 0, \bar{5}$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A) $a > b$.
 (B) $a + c \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.
 (C) $a < c$.
 (D) $b > c$.
 (E) Nessuna delle affermazioni precedenti è corretta.

14. Quanti divisori interi positivi ha il numero 400000?

- (A) 400
 (B) 96
 (C) 48
 (D) 40
 (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

15. Si consideri l'insieme $A := \{n \in \mathbb{Z} : n \mid 620\}$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A) A ha dodici elementi e $7 \in A$
- (B) A ha dodici elementi e $7 \notin A$
- (C) A ha ventiquattro elementi e $7 \in A$
- (D) A ha ventiquattro elementi e $7 \notin A$
- (E) Nessuna delle affermazioni precedenti è corretta.

16. Sia $A := \{n \in \mathbb{Z} : n \leq 5 \wedge n \mid 7500\}$. Quanti sono gli elementi di A ?

- (A) 5
- (B) 30
- (C) 60
- (D) infiniti
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

17. Quanti numeri naturali dividono il numero $8^{10} \cdot 6^9$?

- (A) 90
- (B) 110
- (C) 400
- (D) 800
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

18. Siano $a, b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ tali che $\text{MCD}(a, b) = 1$. Quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera?

- (A) Se a è dispari, allora b è pari.
- (B) $\text{mcm}(a, b) = ab$.
- (C) $a + b$ è pari.
- (D) $\sqrt{\frac{a}{b}} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

19. Sia p un numero primo dispari. Si consideri il numero $n = 2^4 \cdot p^7$. Quali delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A) $n - 16$ è multiplo di 32.
- (B) $\text{MCD}(n, 8p) = 8$.
- (C) $\sqrt{n} \in \mathbb{Q}$.
- (D) $p^5 \nmid n$.
- (E) Nessuna delle affermazioni precedenti è corretta.

20. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A) $\forall a, b \in \mathbb{R}: a \leq b \implies a^2 \leq b^2$.
 (B) $\forall a, b \in \mathbb{R}: a \leq b \wedge b \geq 0 \implies a^2 \leq b^2$.
 (C) $\forall a, b \in \mathbb{R}: a \leq b \wedge a \geq 0 \implies a^2 \leq b^2$.
 (D) $\forall a, b \in \mathbb{R}: a \leq b \wedge a \leq 0 \implies a^2 \geq b^2$.
 (E) Nessuna delle affermazioni precedenti è corretta.

21. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A) $\forall a, b \in \mathbb{Z}: a|b \wedge b|a \implies a = b$
 (B) $\forall a, b, c \in \mathbb{Z}: a|b \wedge b|c \implies a|c$
 (C) $\forall a, b, c \in \mathbb{Z}: a|b \wedge c|b \implies ac|b$
 (D) $\forall a, b \in \mathbb{Z}: a|b^2 \implies a|b$
 (E) Nessuna delle affermazioni precedenti è corretta.

22. Siano $a, b, c \in \mathbb{Z}$ tali che $a|c \wedge b|c$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A) $ab|c$
 (B) $(a+b)|c$
 (C) $\text{mcm}(a, b) = c$
 (D) $a|b$
 (E) Nessuna delle affermazioni precedenti è corretta.

23. Quale delle seguenti affermazioni è soddisfatta da ogni coppia di numeri reali a, b ?

- (A) $(a+b)^3 \leq a^3 + b^3$
 (B) $(a+b)^3 \geq a^3 + b^3$
 (C) $a((a+b)^3 - b^3) \geq 0$
 (D) $b((a+b)^3 - b^3) \geq 0$
 (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta

24. Si consideri il numero reale $x := \sqrt{\frac{21}{4} + 3\sqrt{3}}$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A) $x - \sqrt{3} \in \mathbb{Q}$
 (B) $x^4 \in \mathbb{Q}$
 (C) $x^2\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$
 (D) $x^2 > 9x$
 (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta

Esercizio 2. Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false fornendone una dimostrazione o un controesempio.

- Siano $x, y \in \mathbb{R}$, allora: $x \geq y \iff x^2 \geq y^2$.
- Siano $x, y \in \mathbb{R}$, $x \geq 0, y \geq 0$. Allora: $x \geq y \iff x^2 \geq y^2$.
- Siano $x, y \in \mathbb{R}$, allora: $x \geq y \iff x^3 \geq y^3$.

Risposte Esercizio 1

1. D
2. B
3. D
4. C
5. D
6. D
7. D
8. C
9. D
10. B
11. A
12. C
13. D
14. C
15. D
16. E (la risposta corretta sarebbe 35)
17. C
18. B
19. A
20. C
21. B
22. E
23. C
24. A