

# Precorso di Matematica

## Esercizi - Foglio 3

### Esercizio 1

Determinare l'unica risposta esatta alle seguenti domande a risposta multipla:

1. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A)  $\forall x, y \in \mathbb{R} : |x| = y \iff x = y \vee x = -y$
- (B)  $\forall x, y \in \mathbb{R} : |x| = |y| \iff x = y \vee x = -y$
- (C)  $\forall x, y \in \mathbb{R} : |x| \leq y \iff x \leq y \vee x \geq -y$
- (D)  $\forall x, y \in \mathbb{R} : |x| \geq y \iff x \geq y \wedge x \leq -y$
- (E) Nessuna delle risposte precedenti

2. L'equazione  $|2x - 1| = 3x + 4$ :

- (A) ha tre soluzioni
- (B) ha due soluzioni
- (C) ha un'unica soluzione
- (D) non ha soluzioni
- (E) nessuna delle risposte precedenti è corretta

3. L'equazione  $|6x^2 - 5x + 1| = 3x - 1$  ha

- (A) 3 soluzioni reali
- (B) 2 soluzioni reali
- (C) Una soluzione reale
- (D) Nessuna soluzione reale
- (E) Nessuna delle risposte precedenti

4. Quante sono le soluzioni razionali dell'equazione  $\frac{6 - |x^3 - x^2|}{x^3 + x^2} = 1$ ?

- (A) tre
- (B) due
- (C) una
- (D) nessuna
- (E) Nessuna delle risposte precedenti

5. Sia  $S$  l'insieme delle soluzioni dell'equazione  $|2x + 1| = x^2 - 1$ . Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A)  $S$  è un insieme di 4 elementi.
- (B)  $S \cap \mathbb{Q} = \{-2\}$ .
- (C)  $S$  contiene due numeri irrazionali.

- (D)  $S$  non contiene numeri positivi.  
 (E) Nessuna delle affermazioni precedenti è corretta.
6. Sia  $S$  l'insieme delle soluzioni dell'equazione  $|3x - 1| = x^2 - x - 2$ . Quale delle seguenti affermazioni è corretta?
- (A)  $S \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) = \{2 + \sqrt{5}\}$ .  
 (B)  $S$  è un insieme di 4 elementi.  
 (C)  $S \cap \mathbb{Q} = \{-3, 1\}$ .  
 (D)  $S$  contiene due numeri irrazionali.  
 (E) Nessuna delle affermazioni precedenti è corretta.
7. L'insieme delle soluzioni della disequazione  $|2x + 5| \leq 1 - x$  è:
- (A)  $[-\frac{4}{3}, +\infty[$   
 (B)  $]-\infty, -6] \cup [-\frac{4}{3}, +\infty[$   
 (C)  $[-6, -\frac{4}{3}]$   
 (D)  $]-\infty, -6]$   
 (E) Nessuna delle risposte precedenti.
8. L'insieme delle soluzioni della disequazione  $|2x^2 + x - 4| \geq 2x - 1$  è:
- (A)  $\mathbb{R}$   
 (B)  $]-\infty, 1] \cup [\frac{3}{2}, +\infty[$   
 (C)  $[-\frac{5}{2}, 1]$   
 (D)  $[-\frac{5}{2}, -1] \cup [\frac{3}{2}, +\infty[$   
 (E) Nessuna delle risposte precedenti.
9. La disequazione  $\frac{3 - |2x - 1|}{x^2 - 3} \leq 0$  è risolta da tutti i numeri reali  $x \in \mathbb{R}$  tali che:
- (A)  $x < -\sqrt{3} \vee \sqrt{3} < x \leq 2$   
 (B)  $-\sqrt{3} < x < \sqrt{3} \vee x > 2$   
 (C)  $-\sqrt{3} < x \leq -1 \vee \sqrt{3} < x \leq 2$   
 (D)  $x < -\sqrt{3} \vee -1 \leq x \leq 2$   
 (E) Nessuna delle risposte precedenti.
10. L'insieme delle soluzioni della disequazione  $(3x + 1)^4 \leq (x^2 + x - 1)^2$  è:
- (A)  $\emptyset$   
 (B)  $\mathbb{R}$   
 (C)  $[-\frac{7}{10}, 0]$   
 (D)  $]-\infty, -\frac{7}{10}] \cup [0, +\infty[$   
 (E) Nessuna delle risposte precedenti
11. Siano  $x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ . Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A)  $\frac{1}{x^3} \leq \frac{1}{y^3} \iff y \leq x$   
 (B)  $\frac{1}{x^3} \leq \frac{1}{y^3} \iff 0 \leq y \leq x$   
 (C)  $\frac{1}{x^3} \leq \frac{1}{y^3} \iff 0 < y \leq x \vee x \leq y < 0$   
 (D)  $\frac{1}{x^3} \leq \frac{1}{y^3} \iff 0 < y \leq x \vee y \leq x < 0 \vee x < 0 < y$   
 (E) nessuna delle risposte precedenti.

## Esercizio 2

Determinare l'insieme delle soluzioni delle seguenti equazioni e disequazioni:

- |  |   |
|--|---|
| (a) $ 3x + 1  = x^2 + 3x$                                  | (f) $ x - 2  + x^2 < 2$                 |
| (b) $\frac{ x^2 - 3 }{x} = 5x - 3$                         | (g) $ x^2 - 2  \geq x$                  |
| (c) $\frac{1}{ x - 2 } + \frac{1}{x(x - 2)} = \frac{1}{2}$ | (h) $\frac{1 -  2x - 3 }{x - 9} \geq 0$ |
| (d) $ 3 -  x   + 2x = 0$                                   | (i) $\frac{ 4x^2 - x }{1 - x} \leq 3x$  |
| (e) $(x + 2)^6 = (2x - 1)^6$                               |   |

## Risposte Esercizio 1

1. B
2. C (soluzione:  $x = -\frac{3}{5}$ )
3. B (soluzioni:  $x = 1 \vee x = \frac{1}{3}$ )
4. D (soluzioni:  $x = \sqrt[3]{3} \vee x = -\sqrt[3]{3}$ )
5. B
6. A
7. C
8. B
9. E (soluzioni:  $x < -\sqrt{3} \vee -1 \leq x < \sqrt{3} \vee x \geq 2$ )
10. C
11. D

## Risultati Esercizio 2

- (a)  $x = 1 \vee x = -3 - 2\sqrt{2}$
- (b)  $x = 1 \vee x = -\frac{1}{2}$
- (c)  $x = \sqrt{2} \vee x = -\sqrt{2} \vee x = 2 + \sqrt{6}$
- (d)  $x = -1$
- (e)  $x = -\frac{1}{3} \vee x = 3$
- (f)  $]0, 1[$
- (g)  $]-\infty, 1] \cup [2, +\infty[$
- (h)  $]-\infty, 1] \cup [2, 9[$
- (i)  $[0, \frac{4}{7}] \cup ]1, +\infty[$