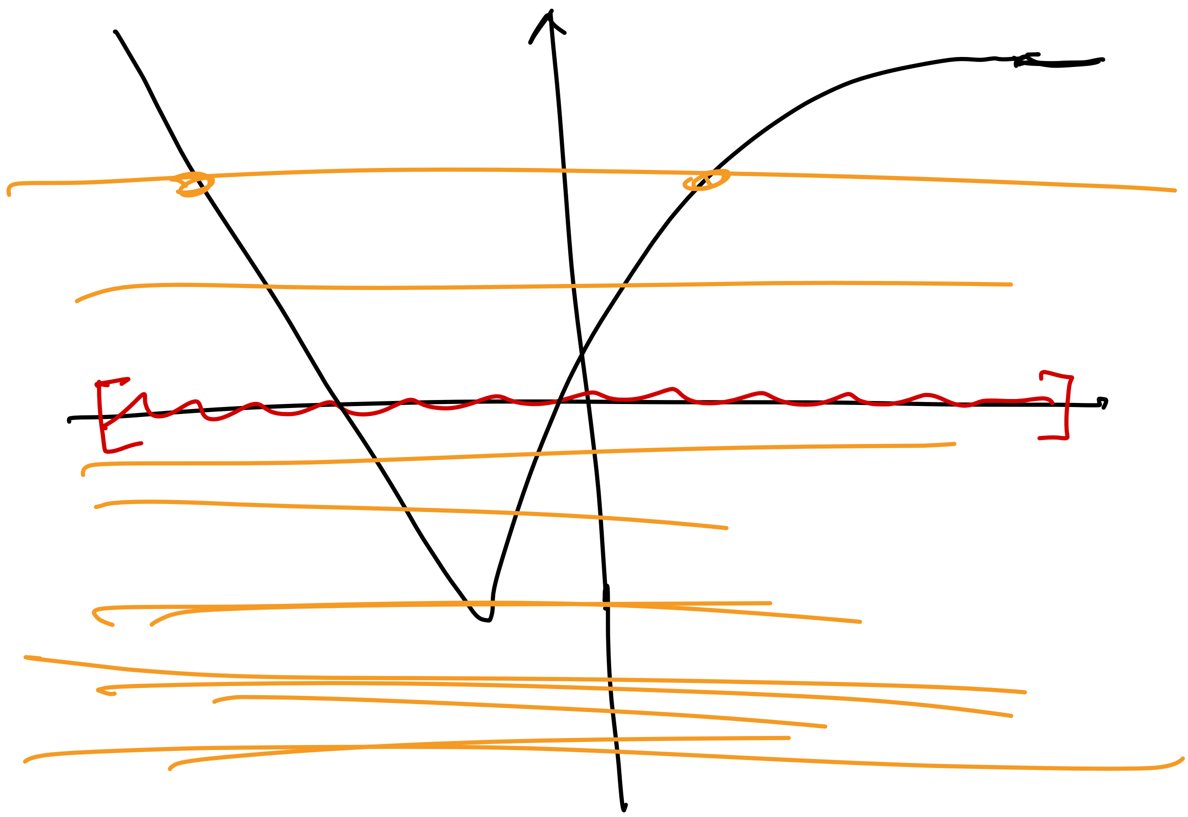
19/09/2022



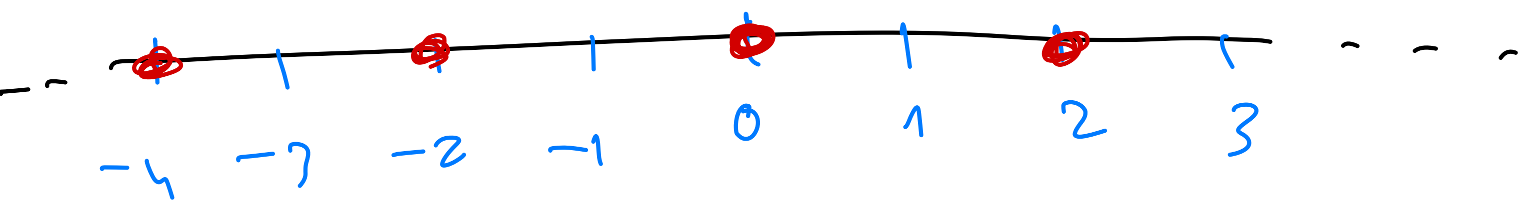
AL MASSIMO (AL PIÙ) una volta

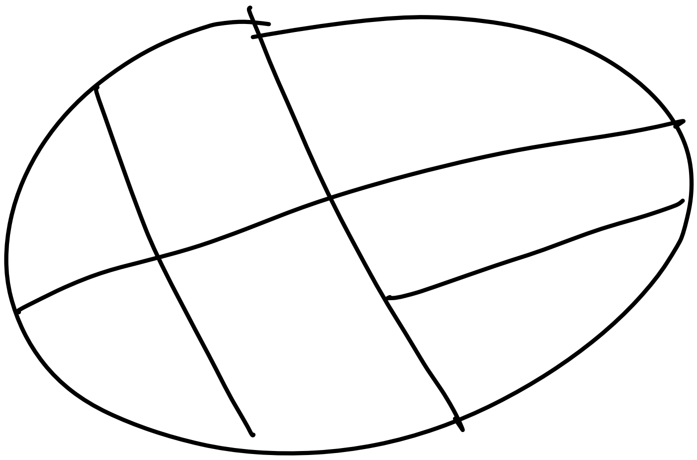
ALMENO

Nell'esempio con relaz. di equiv.

xRy se $x-y$ è pari

abbiamo trovato 2 classi di equiv. $[0]$, $[1]$

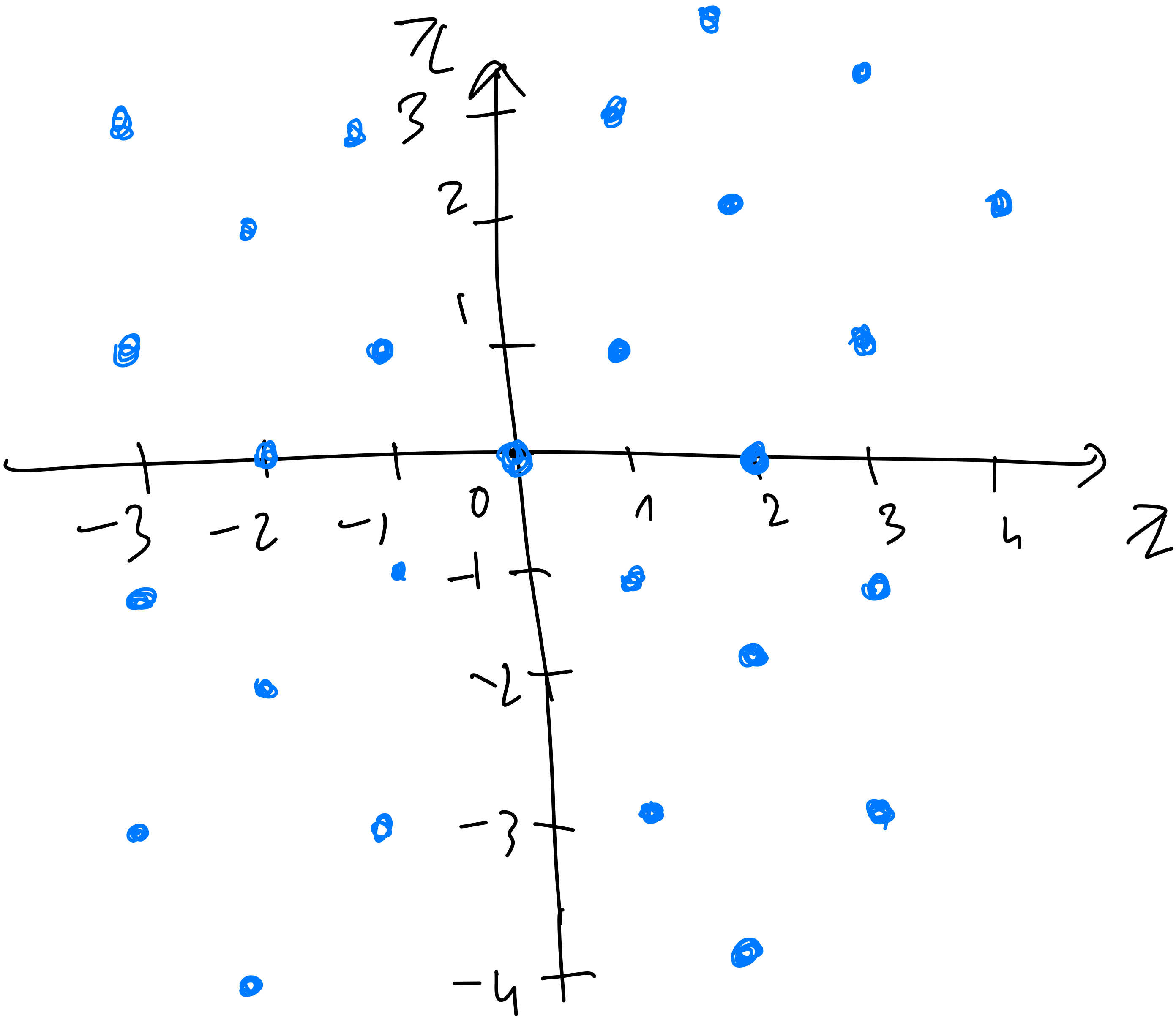




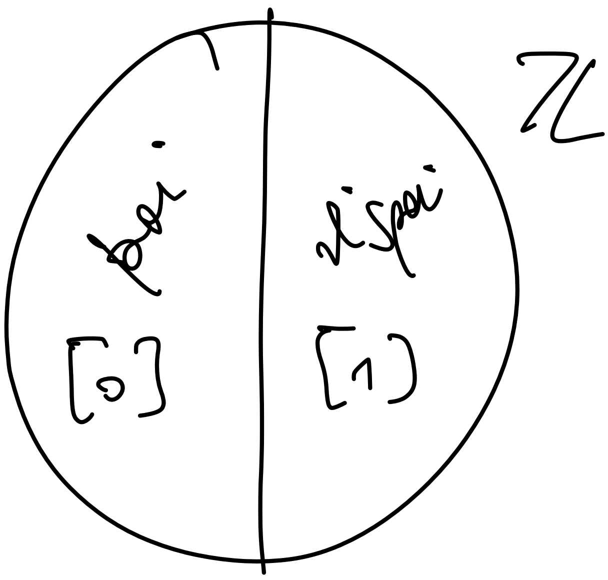
$$\boxed{ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f=0}$$

1. $R \subset A \times B$

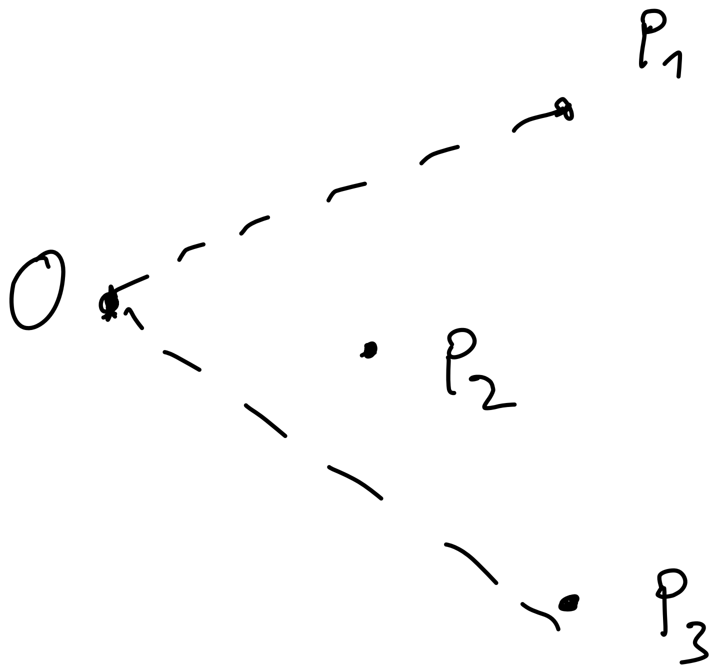
2. $R \subset A \times A$



Le classi di R sono sottoinsiemi di A



② Sia S l'insieme dei punti del piano. Diciamo che due punti sono in relazione se sono equidistanti dall'origine scelta.
Mostrare che questa è una relaz di equiv



$R \subset S \times S$

$P R Q$ se $d(P,O) = d(Q,O)$

$$\left(\begin{array}{c} \Updownarrow \\ \|P-O\| = \|Q-O\| \end{array} \right)$$

• Mi chiedo se è riflessiva, cioè se
$\forall P \in S \quad P R P$
Ma ovviamente $d(P,O) = d(P,O)$
$\Rightarrow R$ è riflessiva

• Mi chiedo se è simmetrica, cioè se
$\forall P, Q$ tali che $P R Q$ anche $Q R P$

Ma $P \mathcal{R} Q$ se $d(P,O) = d(Q,O)$

$\Rightarrow d(Q,O) = d(P,O) \Rightarrow Q \mathcal{R} P$

- Transitiva se $P \mathcal{R} Q^{*}$ e $Q \mathcal{R} T^{**}$

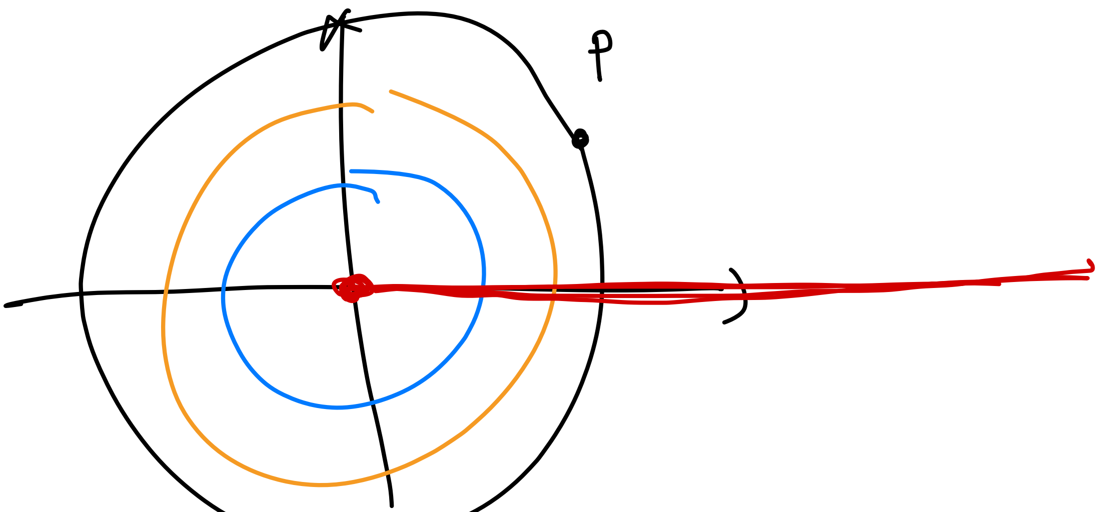
è vero che $P \mathcal{R} T$?

$$\left.\begin{array}{l} {*}\ d(P,O) = d(Q,O) \\ {**}\ d(Q,O) = d(T,O) \end{array}\right\} \Rightarrow d(P,O) = d(T,O)$$

$\Rightarrow P \mathcal{R} T$

Vediamo come son fatte le classi di equiv.

$$[P] = \{ Q \in S \mid Q \mathcal{R} P \}$$
$$= \{ Q \in S \mid d(Q,O) = d(P,O) \}$$



le classi di equivalenza sono le circonferenze di centro O.

$\sim$ $\mathcal{R}$

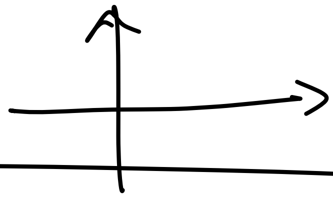
$\simeq$

$\cong$

ES3 lettera e

$S = \mathbb{Z}$, $a, b \in S$, $a \mathcal{R} b$ se $a > b$ e $b > a$

$\mathcal{R} \subset \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ $\quad$ $\mathcal{R} = \emptyset$.



$S = \mathbb{R}$, $a, b \in S$ $\quad$ $a \mathcal{R} b$ se $\boxed{\cancel{a = \pm b}}$ $\quad a = b \vee a = -b$

$7 \mathcal{R} 7$, $7 \mathcal{R} -7$

· Rifl.: Verifico che $\forall a \in \mathbb{R}$ $a \mathcal{R} a$

$a \mathcal{R} a \iff a = a \vee a = -a$

Ma ogni $a \in \mathbb{R}$ è uguale a se stesso

cioè $a = a \Rightarrow a \mathcal{R} a$

· Simm.: Mi chiedo se $a \mathcal{R} b$ implica che $b \mathcal{R} a$.

Ma $a \mathcal{R} b \iff a = b \vee a = -b$

$\iff b=a \vee b=-a$

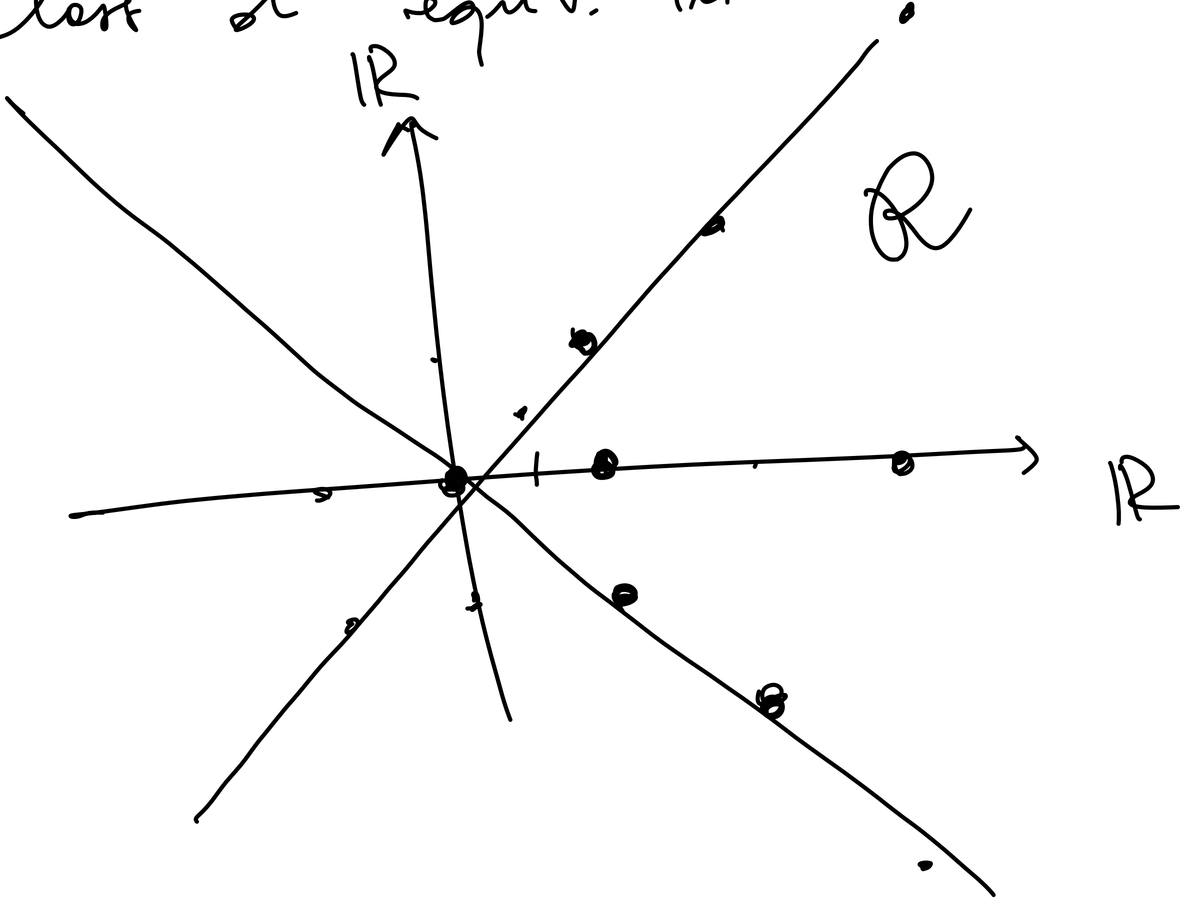
$\iff b\,R\,a$ ✓

- Transitiva. Mi chiedo se aRb e bRc implica aRc

aRb e $bRc \iff (a=b \vee a=-b) \wedge (b=c \vee b=-c)$

$\Rightarrow a=c \vee a=-c \Rightarrow aRc.$

Rappresentiamo $R \subset \mathbb{R}\times\mathbb{R}$ e le classi di equiv. in $\mathbb{R}$.

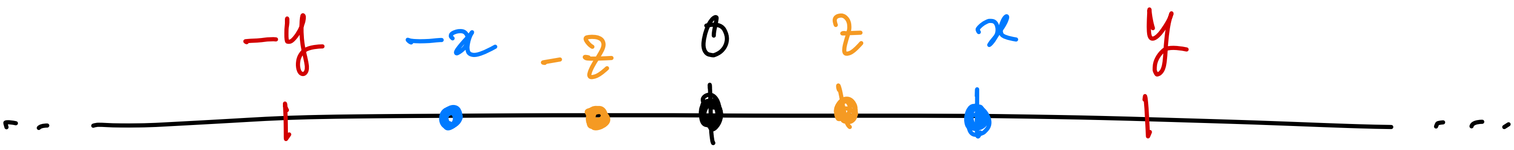


Calcoliamo le classi di equiv.

$$
\begin{aligned}
[x] &= \{ y \in \mathbb{R} \mid y \, \mathcal{R} \, x \} \\
&= \{ y \in \mathbb{R} \mid y = x \vee y = -x \} \\
&= \{ x, -x \}
\end{aligned}
$$

$$\forall\, x \neq 0 \qquad [x] = \{x, -x\}$$

$$[0] = \{0\}$$



$\cancel{\mathbb{R}}$ $\quad$ $\cancel{\mathbb{Z}}$ $\qquad [-1000, 1000]$