

Elementi di Matematica

Esercizi (Lezioni 8-11)

Esercizio 1. Determinare l'unica risposta esatta alle seguenti domande a risposta multipla:

1. Si consideri l'equazione $\sqrt{2x^2 - 1} + 3 = 2x^2$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A) $x = \sqrt{\frac{5}{2}}$ è l'unica soluzione.
- (B) L'equazione ha due soluzioni reali.
- (C) L'equazione ha quattro soluzioni reali.
- (D) L'equazione non ha soluzioni irrazionali.
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

2. La disequazione $\sqrt{x+5} \geq 1-x$ è risolta da ogni $x \in \mathbb{R}$ tale che:

- (A) $-1 \leq x \leq 4$
- (B) $-5 \leq x \leq -1 \vee x \geq 4$
- (C) $-5 \leq x \leq -1$
- (D) $x \geq -1$
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

3. La disequazione $\frac{2+\sqrt{2x+1}}{x} \leq 1$ è risolta da ogni $x \in \mathbb{R}$ tale che:

- (A) $x \geq 3 + \sqrt{6}$
- (B) $-\frac{1}{2} \leq x \leq 3 + \sqrt{6} \wedge x \neq 0$.
- (C) $-\frac{1}{2} \leq x < 0 \vee x \geq 3 + \sqrt{6}$
- (D) $0 < x \leq 3 + \sqrt{6}$.
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

4. Quale dei seguenti insieme descrive le soluzioni della disequazione $\sqrt{x^2 + x + 2} \geq 2x$?

- (A) $[-\frac{2}{3}, 1]$.
- (B) $] -\infty, -\frac{2}{3}] \cup [1, +\infty[$.
- (C) $[1, +\infty[$.
- (D) $] -\infty, 1]$.
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

5. Si consideri l'equazione $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta.

- (A) L'equazione non ha soluzioni reali.
- (B) $x = 0$ è l'unica soluzione reale.

- (C) L'equazione ha una soluzione intera e una irrazionale.
- (D) L'equazione ha due soluzioni intere pari.
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

6. Quale dei seguenti numeri è uguale a $\log_{\frac{1}{2}} \left(\sqrt[4]{2^{-160}} \right)$?

- (A) $2\sqrt[4]{10}$
- (B) -40
- (C) 40
- (D) $-2\sqrt[4]{10}$
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

7. Quale dei seguenti numeri è uguale a $\log_4 (10^4)$?

- (A) $2 + 4 \log_4 5$
- (B) $4(1 + \log_4 5)$
- (C) 4
- (D) 10
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

8. Quale dei seguenti numeri è uguale a: $e^{4(\log_3 2)(\log \frac{1}{3})}$?

- (A) $\frac{16}{3}$
- (B) $\frac{1}{16}$
- (C) $\left(\frac{2}{3}\right)^4$
- (D) $\frac{1}{3^8}$
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

9. Si consideri l'equazione $\log_5(\sqrt{2x+3} - x) = 0$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A) $x = \sqrt{2}$ è l'unica soluzione.
- (B) l'equazione ha due soluzioni reali.
- (C) l'equazione non ha soluzioni reali.
- (D) l'equazione ha una soluzione intera.
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

10. Nel piano cartesiano, si considerino i punti $P_1 = (1, 3)$ e $P_2 = (-1, 4)$?

- (A) La distanza tra P_1 e P_2 è 1.
- (B) La retta passante per P_1 e P_2 ha equazione: $2x - y + 1 = 0$
- (C) La distanza tra P_1 e la retta passante per P_2 e $(1, 0)$ è $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

- (D) Esiste una retta passante per P_1 , P_2 e $(1, 0)$.
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

11. Quale delle seguenti equazioni rappresenta la retta $r = \{ (1, 1) + t(-1, 2) \mid t \in \mathbb{R} \}$?

- (A) $-x + 2y - 1 = 0$.
- (B) $2x + y - 4 = 0$.
- (C) $2x - y - 1 = 0$.
- (D) $4x + 2y - 6 = 0$.
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

12. Sia r la retta di equazioni parametriche $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 6t. \end{cases}$ Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A) $(0, 0) \in r$ e r è parallela alla retta di equazione $3x - 6y - 1 = 0$.
- (B) $(0, 0) \notin r$ e r è incidente alla retta di equazione $3x + 6y - 1 = 0$.
- (C) $(0, 0) \in r$ e r è perpendicolare alla retta di equazione $3x - 6y - 1 = 0$.
- (D) $(0, 0) \notin r$ e r è parallela alla retta di equazione $6x + 3y - 1 = 0$.
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

13. Si considerino le rette equazioni $4x - 3y - 1 = 0$ e $3x - 4y + 2 = 0$. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera.

- (A) Le due rette sono parallele.
- (B) Le due rette sono ortogonali e si intersecano nel punto $(\frac{10}{7}, \frac{11}{7})$.
- (C) Le due rette sono incidenti e si intersecano nel punto $(0, -\frac{1}{3})$.
- (D) Le due rette si intersecano nel punto $(\frac{10}{7}, \frac{11}{7})$ e una delle due è parallela alla retta di equazione $y = \frac{4}{3}x$.
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

14. Si considerino la retta r di equazione cartesiana $2x - y + 1 = 0$ e il punto $P = (1, 1)$. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera.

- (A) $P \in r$ e la retta di equazione $x - \frac{1}{2}y + 2 = 0$ è parallela ad r .
- (B) $P \notin r$ e la retta di equazione $x - \frac{1}{2}y + 2 = 0$ è incidente ad r .
- (C) $P \in r$ e la retta di equazione $y - 1 = 0$ è ortogonale ad r .
- (D) $P \notin r$ e la retta di equazione $x - \frac{1}{2}y + 2 = 0$ è parallela ad r .
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

15. Si considerino la retta r di equazione cartesiana $-x + 2y + 3 = 0$ e il punto $P = (1, -1)$. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera.

- (A) $P \in r$ e la retta di equazione $\frac{1}{2}x - y = 0$ è parallela ad r .

- (B) $P \in r$ e la retta di equazione $2x + y = 0 = 0$ è parallela ad r .
- (C) $P \notin r$ e la retta di equazione $2x + y = 0$ è ortogonale ad r .
- (D) $P \notin r$ e la retta di equazione $\frac{1}{2}x - y = 0$ è ortogonale ad r .
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

16. Sia \mathcal{C} la conica di equazione $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera.

- (A) \mathcal{C} è una circonferenza di raggio 5.
- (B) \mathcal{C} è una circonferenza e il suo centro è il punto $(3, 4)$.
- (C) \mathcal{C} è un'iperbole passante per $(0, 0)$.
- (D) \mathcal{C} è un'ellisse con un semiasse di lunghezza 1.
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

17. Sia \mathcal{C} la conica di equazione $4x^2 + y^2 + 4x - 1 = 0$. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera.

- (A) \mathcal{C} è una parabola con asse verticale.
- (B) \mathcal{C} è un'ellisse con semiassi di lunghezza $\frac{1}{2}$ e 1.
- (C) \mathcal{C} è un'ellisse e suoi fuochi sono i punti $\left(-\frac{1}{2}, \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$ e $F_2 = \left(-\frac{1}{2}, -\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$.
- (D) \mathcal{C} è una circonferenza e il suo centro è il punto $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$.
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

18. Sia \mathcal{C} la conica di equazione $x^2 + 2y^2 + 6x - 4y + 7 = 0$. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera.

- (A) \mathcal{C} è una parabola e la retta tangente nel punto $(-1; 1)$ è data dall'equazione cartesiana $x = -1$.
- (B) \mathcal{C} è un'ellisse e la retta tangente nel punto $(-1; 1)$ è data dall'equazione cartesiana $x = -1$.
- (C) \mathcal{C} è un'ellisse e la retta tangente nel punto $(-1; 1)$ è data dall'equazione cartesiana $y = 1$.
- (D) \mathcal{C} è una parabola e la retta tangente nel punto $(-1; 1)$ è data dall'equazione cartesiana $x = -1$.
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

19. Sia \mathcal{C} la conica di equazione $\frac{x^2}{4} + 2x - (y - 1)^2 = -1$. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera.

- (A) \mathcal{C} è un'iperbole con asse focale verticale.
- (B) \mathcal{C} è un'ellisse con semiassi di lunghezza 2 e 1.
- (C) \mathcal{C} è una parabola con asse orizzontale.
- (D) \mathcal{C} è un'iperbole con vertici nei punti $(-2, 1)$ e $(-6, 1)$
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

20. Sia \mathcal{C} la conica di equazione $x^2 + y + 3x - 1 = 0$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- (A) \mathcal{C} è una parabola con retta direttrice verticale.

- (B) \mathcal{C} è una parabola con asse verticale di equazione $x = -\frac{3}{2}$.
- (C) \mathcal{C} è una parabola e la distanza tra il suo fuoco e la sua direttrice è 2.
- (D) \mathcal{C} è una parabola e il suo fuoco è $(-\frac{3}{2}, \frac{13}{4})$.
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

21. Sia \mathcal{C} la conica di equazione $\frac{x^2}{4} + 2x - 2y^2 - 2y - \frac{1}{2} = 0$. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera.

- (A) \mathcal{C} è un'iperbole con asse focale verticale.
- (B) \mathcal{C} è un'iperbole e $(0, -\frac{1}{2})$ è un suo vertice.
- (C) \mathcal{C} è un'iperbole e il suo centro è $(-2, -\frac{1}{2})$.
- (D) \mathcal{C} è un'iperbole e contiene il punto $(1, 1)$.
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

22. Sia \mathcal{C} la conica di equazione $-4y^2 + 2x + 2y + 3 = 0$. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera.

- (A) \mathcal{C} è una parabola e il suo vertice è $(-\frac{13}{8}, \frac{1}{4})$.
- (B) \mathcal{C} è un'iperbole e passa per il punto $(-\frac{3}{2}, 0)$.
- (C) \mathcal{C} è una parabola e il suo vertice è $(-\frac{3}{2}, 0)$.
- (D) \mathcal{C} è una parabola e il suo vertice è $(\frac{1}{4}, -\frac{13}{8})$.
- (E) Nessuna delle risposte precedenti è corretta.

Risposte

1. B
2. D
3. C
4. D
5. D
6. B
7. A
8. B
9. A
10. C
11. D
12. C
13. D
14. D
15. A
16. A
17. C
18. B
19. E
20. B
21. B
22. A