

Principali informazioni sull'insegnamento	
Denominazione dell'insegnamento	Teoria dei punti critici
Corso di studio	Laurea Magistrale in Matematica
Anno di corso	I o II anno
Crediti formativi universitari (CFU) / European Credit Transfer and Accumulation System (ECTS):	: 7
SSD	MAT/05
Lingua di erogazione	Italiano
Periodo di erogazione	Il semestre (febbraio 2022- maggio 2022)
Obbligo di frequenza	No

Docente	
Nome e cognome	Addolorata Salvatore
Indirizzo mail	addolorata.salvatore@uniba.it
Telefono	080-5442705
Sede	Dipartimento di Matematica, stanza n. 10 (quarto piano), via E. Orabona, 4 - 70125 Bari
Sede virtuale	Microsoft Teams
Ricevimento (giorni, orari e modalità)	Da concordare per e-mail o telefono con gli studenti (in presenza o, se richiesto, in modalità telematica)

Syllabus	
<b>Obiettivi formativi</b>	Acquisizione di conoscenze di metodi variazionali e topologici nello studio di problemi non lineari, con particolare riferimento a grado topologico e teorie dell'indice. Applicazioni allo studio di alcuni problemi ellittici semi-lineari.
<b>Prerequisiti</b>	Le conoscenze che in genere vengono acquisite nei primi tre anni di una laurea della classe L-35. In particolare: analisi matematica classica in una e più variabili, topologia generale, algebra lineare, teoria elementare degli spazi di Hilbert e degli spazi $L^p$ .
<b>Contenuti di insegnamento (Programma)</b>	<p><b>Grado topologico e applicazioni:</b> Grado topologico per funzioni continue in dimensione finita: definizione assiomatica e proprietà. Costruzione del grado topologico. Teorema di punto fisso di Brouwer. Teorema della retrazione. Teorema di Borsuk. Definizione di insiemi che linkano. Linking del passo montano, del passo montano multidimensionale e della sella. Cenni sul grado topologico in dimensione infinita. Teorema di punto fisso di Schauder. Teorema della retrazione. Ulteriori teoremi di punto fisso.</p> <p><b>Teoria dell'indice:</b> Teoria dell'indice in spazi topologici: definizione assiomatica. La categoria di Lusternik-Schnirelmann: definizione, esempi e proprietà. Il genus di Krasnoselski: definizione, esempi e proprietà. Legame tra genus e categoria di un insieme. Indice legato all'azione di un gruppo di trasformazioni unitarie. Indice legato all'azione del gruppo <math>S^1</math>.</p> <p><b>Teoremi astratti di esistenza di punti critici e applicazioni:</b> Richiami sulla condizione di Palais-Smale e lemma di deformazione. Teorema di linking ed applicazioni allo studio di alcuni problemi ellittici a crescita sia sottolineare che sopralineare. Teorema di linking per funzionali fortemente indefiniti. Applicazione allo studio di un sistema hamiltoniano del primo ordine.</p>

	<p><b>Teoremi astratti di molteplicità di punti critici e applicazioni:</b> Lemma di deformazione per funzionali compatibili con una teoria dell'indice. Teoremi di molteplicità di punti critici per funzionali limitati inferiormente e compatibili con una teoria dell'indice. Teoremi con la categoria e applicazioni. Studio di un problema agli autovalori non lineare. Teoremi di molteplicità di punti critici per funzionali pari limitati inferiormente ed applicazioni allo studio di equazioni ellittiche in presenza di simmetria. Teorema del passo montano simmetrico e del passo montano multidimensionale simmetrico. Teoria dello pseudo-indice e teorema di molteplicità di punti critici per funzionali pari non limitati inferiormente. Applicazioni a problemi ellittici sopra-lineari o asintoticamente lineari. Teorema di molteplicità per funzionali <math>S^1</math>-invarianti fortemente indefiniti: enunciato e cenni di dimostrazione. Applicazione allo studio di un sistema hamiltoniano del primo ordine.</p>
<b>Testi di riferimento</b>	<p>P. H. Rabinowitz, <i>Minimax methods in critical point theory with applications to differential equations</i>, CBMS Regional conference Series in Applied Mathematics, 65 (1986).</p> <p>J.T. Scharwtz, <i>Nonlinear Functional Analysis</i>, Gordon &amp; Breach, New York (1969).</p> <p>M. Struwe, <i>Variational methods</i>, Fourth edition, Springer- Berlin (2008).</p>
<b>Note ai testi di riferimento</b>	

<b>Organizzazione della didattica</b>			
<b>Ore</b>			
Totali	Didattica frontale	Pratica (laboratorio, campo, esercitazione, altro)	Studio individuale
175	52	8	115
<b>CFU/ETCS</b>			
7	6,5	0,5	

<b>Metodi didattici</b>	<p>Lezioni ed esercitazioni alla lavagna sui vari argomenti del corso. La didattica potrebbe eventualmente essere erogata in modalità mista, frontale e a distanza, o solo online se la situazione pandemica lo richiede.</p>

<b>Risultati di apprendimento previsti</b>	
<b>Conoscenza e capacità di comprensione</b>	<p>Acquisizione di strumenti e di tecniche avanzate nello studio di problemi di tipo variazionale.</p>
<b>Conoscenza e capacità di comprensione applicate</b>	<p>Le conoscenze teoriche acquisite si utilizzano nello studio di diversi problemi differenziali non lineari.</p>
<b>Competenze trasversali</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Autonomia di giudizio</i></li> </ul> <p>Capacità di applicare gli strumenti matematici a disposizione per studiare problemi non lineari provenienti anche dalle scienze applicate.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Abilità comunicative</i></li> </ul>

	<p>Acquisizione del linguaggio e del formalismo matematico avanzato, necessario per la consultazione e comprensione dei testi, l'esposizione delle conoscenze acquisite, la descrizione, l'analisi e la risoluzione dei problemi.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Capacità di apprendere in modo autonomo</i></li> </ul> <p>Acquisizione di un metodo di studio adeguato, ottenuto anche grazie alla consultazione dei testi e alla risoluzione di esercizi e problemi proposti durante il corso.</p>
--	---

<b>Valutazione</b>	
Modalità di verifica dell'apprendimento	Esame orale alla lavagna, eventualmente online se la situazione pandemica lo richiede.
Criteri di valutazione	L'esame consiste in domande sui principali argomenti trattati. Lo studente deve dimostrare di aver acquisito una buona conoscenza dei metodi variazionali e topologici e di saperli applicare allo studio di alcuni problemi ellittici semi-lineari.
Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale	Il voto finale è espresso in trentesimi. L'esame si intende superato quando il voto è maggiore o uguale a 18.
<b>Altro</b>	