

algebrici e matrice aggiunta. Inversa di una matrice. Rango: definizione e proprietà. Sistemi lineari compatibili, incompatibili, omogenei. Risolubilità di sistemi lineari. Struttura algebrica sull'insieme delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo. Teorema di Cramer. Metodi di soluzione di un sistema.

Spazi vettoriali.

Definizione di spazio vettoriale su un campo K . Esempi: K^n , $K(x)$, $P_n(x;K)$, lo spazio delle applicazioni da un insieme su uno spazio vettoriale, $M_{n,m}(K)$. Sottospazi vettoriali: definizione e caratterizzazioni. Esempi: sottospazi intersezione, somma e somma diretta di due sottospazi. Sottospazi supplementari. Combinazioni lineari di n vettori e sottospazio generato da n vettori. Insiemi di generatori. Spazi vettoriali finitamente generati. Vettori linearmente indipendenti, dipendenti. Caratterizzazione dei vettori linearmente dipendenti. Basi: definizione e caratterizzazioni. Teorema di esistenza di basi di uno spazio vettoriale finitamente generato. La dimensione di uno spazio vettoriale finitamente generato: definizione e proprietà. Teorema di completamento a una base. La dimensione di un sottospazio. Formula di Grassmann. Teorema di esistenza di supplementari di un sottospazio. Cambiamento di base. Orientazioni.

Applicazioni lineari.

Definizione di applicazione lineare. Nucleo e immagine. L'applicazione lineare associata a una matrice.

Estensione per linearità. Proprietà delle applicazioni lineari. Monomorfismi, epimorfismi, isomorfismi.

Caratterizzazione dei monomorfismi. Teorema della dimensione e conseguenze. Caratterizzazione degli isomorfismi. La matrice associata a un'applicazione lineare rispetto a due basi. Isomorfismo tra gli spazi vettoriali $\text{Hom}_K(V,W)$ e $M_{n,m}(K)$. Spazio vettoriale duale, base duale.

Endomorfismi.

Definizione di endomorfismo. Legame tra le matrici di un endomorfismo rispetto a due basi. Matrici simili: definizione e proprietà. Endomorfismi, matrici diagonalizzabili. Autovalori e autovettori. L'autospazio relativo a un autovalore. Endomorfismi che ammettono un solo autovalore. Automorfismi: definizione e caratterizzazione. Polinomio caratteristico. Matrici simili e polinomio caratteristico. Autovalori, intesi come radici dell'equazione caratteristica. Criteri di diagonalizzabilità. Metodi per la determinazione degli autovettori. Molteplicità algebrica, geometrica di un autovalore.

Forme bilineari.

Forme bilineari su uno spazio vettoriale: definizione e legame con le applicazioni lineari. La matrice di una forma bilineare e la forma bilineare associata a una matrice, rispetto a una base. Forme bilineari simmetriche, antisimmetriche. Matrici congruenti. Proprietà delle matrici di una forma bilineare rispetto a due basi. Rango di una forma bilineare. Vettori ortogonali, il complemento ortogonale di un insieme rispetto a una forma bilineare simmetrica. Vettori isotropi. Coefficiente di Fourier di un vettore non isotropo e rappresentazione di uno spazio vettoriale mediante un vettore non isotropo. La forma quadratica associata a una forma bilineare simmetrica. La forma bilineare polare di una forma quadratica. Basi diagonalizzanti per una forma bilineare simmetrica e teorema di esistenza. Diagonalizzabilità di una matrice simmetrica. Rappresentazione di una forma bilineare simmetrica su uno spazio vettoriale complesso. Teorema di Sylvester. La segnatura e la forma canonica di una forma bilineare simmetrica su uno spazio vettoriale reale. Forme bilineari, matrici definite o semidefinite positive, definite o semidefinite negative, indefinite.

Metodi di insegnamento:

Lezioni ed esercitazioni frontali.

Supporti alla didattica:

Tutorato.

Controllo dell'apprendimento e modalità d'esame:

Prove scritta e orale. Esame congiunto con Geometria 2.

Testi di riferimento principali:

E. Sernesi, Geometria 1, Boringhieri.

A. Facchini, Algebra e Matematica discreta, Zanichelli.

E. Abbena, A. M. Fino, G. M. Gianella, Algebra lineare e Geometria analitica, Vol. I, II, Aracne.

E. Schlesinger, Algebra lineare e geometria, II ed., Zanichelli

L. Mauri, E. Schlesinger, Esercizi di algebra lineare e geometria, Zanichelli