Principali informazioni sull'insegnamento		
Denominazione dell'insegnamento	***ANALISI SUPERIORE 1***	
Corso di studio	*LAUREA MAGISTRALE IN MATEMATICA (LM-40)*	
Anno di corso	*SECONDO*	
Crediti formativi universitari (CFU) / European Credit Transfer and Accumulation System (ECTS):		: 7 di cui 6,5 CFU lezioni e 0,5 CFU esercitazioni
SSD	*MAT/05 – ANALISI MATEMATICA*	
Lingua di erogazione	*ITALIANO*	
Periodo di erogazione	*PRIMO SEMESTRE*	
Obbligo di frequenza	*NO*	

Docente	
Nome e cognome	GIUSI VAIRA
Indirizzo mail	giusi.vaira@uniba.it
Telefono	+39 080 544 2706
Sede	*Dipartimento di Matematica, Via E. Orabona, 4 – Piano IV, stanza 16*
Sede virtuale	*Teams, Analisi Superiore 1, codice* **fntkzlr**
Ricevimento (giorni, orari e modalità)	Su appuntamento da concordare tramite posta elettronica

Syllabus	
Obiettivi formativi	Acquisizione di alcuni strumenti di base dell'analisi matematica moderna, con particolare riferimento a spazi topologici compatti e localmente compatti e a spazi di funzioni continue su di essi definiti, a criteri di compattezza in spazi di funzioni continue, a teoremi di densità in spazi di funzioni continue, misure di Radon su spazi localmente compatti, misure di Hausdorff e insiemi autosimilari ed elementi di calcolo delle variazioni con particolare riferimento agli insiemi di perimetro finito e a problemi isoperimetrici.
Prerequisiti	*Le conoscenze che in genere vengono acquisite con una laurea della classe L-35. In particolare: analisi matematica classica per funzioni di una o più variabili, spazi metrici e spazi di Banach, elementi di topologia generale, teoria astratta della misura e dell'integrazione.*
Contenuti di insegnamento (Programma)	**RICHIAMI SU SPAZI TOPOLOGICI COMPATTI E LOCALMENTE COMPATTI** Spazi topologici. Spazi topologici compatti. Spazi topologici localmente compatti. Compattificazione di Alexandrov. Teoremi di tipo Urysohn. Teoremi di tipo partizione dell'unità. Spazi topologici localmente compatti numerabili all'infinito. Spazi topologici separabili. Proprietà. **SPAZI DI FUNZIONI CONTINUE** Lo spazio C(X) delle funzioni continue su uno spazio compatto X. Funzioni continue su uno spazio localmente compatto a supporto compatto. Funzioni continue convergenti all'infinito. Lo spazio C_0(X) delle funzioni continue che si annullano all'infinito su uno spazio localmente compatto X. Lo spazio C_*(X) delle funzioni continue convergenti all'infinito su uno spazio localmente compatto X.

RISULTATI DI COMPATTEZZA

Teorema di Tychnoff. Insiemi equicontinui di funzioni. Esempi e proprietà. Equicontinuità e convergenza uniforme. Teorema di Ascoli- Arzelà. Applicazioni allo studio di operatori integrali. Applicazioni compatte. Teorema di Banach sulla debole compattezza della sfera unitaria del duale di uno spazio di Banach separabile.

TEOREMI DI TIPO STONE-WEIERSTRASS

Teoremi di densità per sottoreticoli e sottoalgebre di C(X,R) e C(X,C), X compatto. I teoremi classici di Weierstrass (forma algebrica e forma trigonometrica). Teoremi di tipo Stone - Weierstrass in C_0(X,R) e C_0(X,C), X localmente compatto. Applicazioni.

TEOREMI DI PUNTO FISSO

Teoremi di punto fisso. Il teorema di punto fisso di Brouwer. Applicazioni compatte. Il teorema di punto fisso di Schauder. Applicazioni ad equazioni integrali e a equazioni differenziali ordinarie. Il principio di Leray-Schauder e stime a priori. Applicazioni alle equazioni alle derivate parziali.

OPERATORI POSITIVI SU C_0(X), FORME LINEARI POSITIVE, MISURE DI RADON

Forme lineari positive ed operatori positivi su C_0(X). Misure di Radon su uno spazio localmente compatto. Misure di Radon a supporto finito. Regolarità e teoremi di approssimazione. Il duale dello spazio C_0(X).

MISURE DI HAUSDORFF

Misura di Hausdorff e sue proprietà. Dimensione di Hausdorff di un insieme. Insieme di Cantor. Dimensione di Hausdorff per immagini di funzioni Holderiane. Curve rettificabili e dimensione di Hausdorff. Insiemi autosimilari e calcolo della dimensione di Hausdorff. Triangolo di Sierpinski, curva di von Koch, polvere di Cantor. Simmetrizzazione di Steiner. Alcune proprietà della sinterizzazione di Steiner. Diseguaglianza isodiametrica. Relazione tra misura di Hausdorff e misura di Lebesgue. Proprietà di densità rispetto alla misura di Hausdorff. Misura del grafico di una funzione lipschitziana. Formula di area per funzioni lipschitziane. Formula di coarea per funzioni lipschitziane.

INTRODUZIONE AL CALCOLO DELLE VARIAZIONI

Metodi diretti del calcolo delle variazioni. Funzionali classici: equazioni di Eulero-Lagrange, equazione di Du Bois-Reymond. Metodo di convessità (metodi indiretti). Principio di Fermat per l’ottica geometrica. Problema della brachistocrona. Funzionali del solo gradiente. Funzionali sugli spazi di Sobolev: convessità e semicontinuità inferiore in W^{1, p}. Esistenza dei minimi in W^{1, p}. Esempi. Funzioni a variazione limitata e prime proprietà. Insiemi di perimetro finito. Proprietà della funzione perimetro. Disuguaglianza isoperimetrica. Problemi isoperimetrici come problemi variazionali in cui il minimo di un funzionale è raggiunto in condizioni di simmetria. Riarrangementi, simmetrizzazioni e applicazioni a problemi variazionali. Simmetrizzazione ed equazioni alle derivate parziali.

Testi di riferimento	*[1] H. Bauer, Measure and Integration Theory, De Gruyter Series Studies in Mathematics, 26, De Gruyter & Co. Berlin, New York, 2001* *[2] G. Choquet, Lecture on Analysis, vol. I, W. A. Benjamin Inc., New York, 1969* *[3] L.C. Evans, Partial Differential Equations, AMS, Providence, 1998* *[4] G. B. Folland, Real analysis, J. Wiley & Sons Inc., New York, 1999* *[5] M. Giaquinta, S. Hildebrandt, Calculus of variations I, Springer, 2006* *[6] W. Rudin, Real and complex analysis, McGraw-Hill Inc., New York, 1987*
Note ai testi di riferimento	*Verranno integrati appunti per la parte relativa al calcolo delle variazioni.*

Organizzazione della didattica			
Ore			
Totali	Didattica frontale	Pratica (laboratorio, campo, esercitazione, altro)	Studio individuale
175	*52*	*8*	*115*
CFU/ETCS			
7	*6,5*	*0,5*	

Metodi didattici	
	Lezioni ed esercitazioni in aula e/o a distanza mediante piattaforma MT

Risultati di apprendimento previsti	
Conoscenza e capacità di comprensione	○ Acquisizione dei concetti fondamentali dell’analisi matematica moderna. ○ Acquisizione delle relative tecniche dimostrative. ○ Capacità di applicare i risultati allo studio di equazioni differenziali.
Conoscenza e capacità di comprensione applicate	Gli strumenti acquisiti si applicano allo studio di equazioni differenziali alle derivate parziali che descrivono, per esempio, problemi classici di Geometria e Fisica Matematica.
Competenze trasversali	• *Autonomia di giudizio* ○ Capacità di valutare la coerenza del ragionamento logico utilizzato in una dimostrazione. ○ Capacità di individuare i giusti strumenti matematici e le giuste tecniche per affrontare lo studio di problemi matematici (per lo più variazionali) moderni e complessi. • *Abilità comunicative* ○ Acquisizione del linguaggio e del formalismo matematico avanzato necessario per la consultazione dei testi e per la risoluzione di problemi matematici complessi. • *Capacità di apprendere in modo autonomo* ○ Acquisizione di un metodo di studio adeguato supportato dalla consultazioni di testi e, a volte, di articoli scientifici.

Valutazione	Si valuterà l’apprendimento delle nozioni teoriche inerenti il corso, la capacità di

	utilizzare le nozioni acquisite per risolvere quesiti e problemi applicati. Sarà, inoltre, oggetto di valutazione il linguaggio matematico utilizzato per l'esposizione dei risultati e la capacità di visione d'insieme degli stessi.
Modalità di verifica dell'apprendimento	*Colloquio orale.*
Criteri di valutazione	• *Conoscenza e capacità di comprensione:* ○ **Livello minimo per il superamento dell'esame:** Conoscenza dei risultati principali inerenti gli argomenti del corso e di qualche dimostrazione. ○ **Livello intermedio per il superamento dell'esame:** Conoscenza dei risultati inerenti gli argomenti del corso e delle dimostrazioni principali. ○ **Livello superiore per il superamento dell'esame:** Conoscenza di tutti i risultati e di tutte le dimostrazioni relative. • *Conoscenza e capacità di comprensione applicate:* ○ **Livello minimo per il superamento dell'esame:** Capacità di applicare i risultati a problemi di base proposti durante il colloquio. ○ **Livello intermedio per il superamento dell'esame:** Capacità di applicare i risultati a problemi proposti durante il colloquio. ○ **Livello superiore per il superamento dell'esame:** Capacità di applicare i risultati a problemi complessi proposti durante il colloquio. • *Autonomia di giudizio*: ○ **Per il livello fondamentale:** saper applicare i risultati a problemi di base proposti durante il corso mediante argomenti coerenti e non fallaci. Saper svolgere qualche dimostrazione secondo rigorosi ragionamenti di tipo logico-deduttivo. ○ **Per i livelli intermedio e superiore:** sapere applicare i risultati a problemi anche avanzati proposti durante il colloquio mediante argomenti coerenti e non fallaci. Saper svolgere le principali dimostrazioni secondo rigorosi ragionamenti di tipo logico-deduttivo. • Abilità comunicative: **Per tutti i livelli**: dimostrare la conoscenza della corretta terminologia matematica ed esporre con proprietà di linguaggio gli argomenti dei quesiti di esame. • Capacità di apprendere: **Per tutti i livelli:** capacità di avere uno sguardo d'insieme dei risultati studiati e delle loro applicazioni.
Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale	Il voto finale è attribuito in trentesimi. L'esame si intende superato quando il voto è maggiore o uguale a 18. Qualora lo studente dimostri conoscenza e padronanza di tutti i risultati del corso e la capacità di applicarli a problemi anche avanzati è possibile ottenere la lode.
Altro	