



Principali informazioni sull'insegnamento	
Denominazione dell'insegnamento	ALGEBRA 3
Corso di studio	Matematica (Magistrale)
Anno di corso	2
Crediti formativi universitari (CFU)	7
SSD	MAT/02 – Algebra
Lingua di erogazione	Italiano
Periodo di erogazione	Il semestre (28 febbraio 2022 – 27 maggio 2022)
Obbligo di frequenza	sì

Docente	
Nome e cognome	Lucio Centrone
Indirizzo mail	lucio.centrone@uniba.it
Telefono	0805442223
Sede	Dipartimento di Matematica – quarto piano – stanza 1
Sede virtuale	Microsoft Teams – codice: rp14yne
Ricevimento (giorni, orari e modalità)	Su appuntamento, da richiedere all'indirizzo mail suindicato, con svolgimento a distanza via Microsoft Teams

Syllabus	
Obiettivi formativi	Comprensione delle origini storiche, delle motivazioni teoriche e delle applicazioni pratiche dell'algebra astratta
Prerequisiti	Concetti fondamentali riguardanti gruppi finiti, anelli commutativi, estensioni di campo, polinomi
Contenuti di insegnamento (Programma)	<p>Complementi sui gruppi Sottogruppo generato da un sottoinsieme: definizione, caratterizzazione, caso dei gruppi simmetrici ed alterni. Secondo e terzo teorema di isomorfismo per gruppi. Gruppi risolubili: definizione, gruppi derivati, caratterizzazione mediante le catene normali, risolubilità di sottogruppi e gruppi quozienti, caso dei gruppi simmetrici, teorema di Galois-Jordan*, risolubilità dei p-gruppi, teoremi di Burnside* e di Feit-Thompson.</p> <p>Complementi su polinomi e campi Unicità del campo di spezzamento, teoremi di estensione degli isomorfismi di campo: forma debole, forma forte*. Polinomi separabili, estensioni separabili, campi perfetti. Teorema dell'elemento primitivo. Immersioni di un'estensione separabile in una chiusura algebrica. Lemma di Dedekind. Estensioni algebriche semplici e finitezza dei campi intermedi. Teorema di Lüroth*. Polinomi simmetrici e polinomi simmetrici elementari, polinomi simmetrizzati per somma e per prodotto, funzioni razionali simmetriche, formule di Viète. Risultante di due polinomi: espressioni mediante la matrice di Sylvester e mediante le radici*. Discriminante di un polinomio: definizione tramite il risultante, calcolo mediante la matrice di Vandermonde, relazione con la molteplicità delle radici (caso particolare dei polinomi reali quadratici e cubici). Polinomi ciclotomici: definizione, formula ricorsiva, irriducibilità*, polinomi ciclotomici di ordine primo, applicazione alla dimostrazione del teorema di Wedderburn sui corpi finiti*.</p>

Teoria di Galois

Gruppo di Galois di un'estensione, campo fisso di un gruppo di automorfismi di campo. Estensioni normali e galoisiane: definizioni e caratterizzazioni. Teorema Fondamentale della Teoria di Galois, e sua applicazione al Teorema Fondamentale dell'Algebra*. Gruppo di Galois del composto di un'estensione galoisiana e di un'estensione algebrica*. Gruppo di Galois di un polinomio, suo studio per i polinomi di grado 2,3,4*, per i polinomi ciclotomici, per le equazioni binomie e l'equazione generale di grado n . Formule risolutive delle equazioni algebriche di grado 2, 3, 4, risolvente cubica di Ferrari e sua variante*. Estensioni radicali: definizione e caratterizzazione*. Criterio di risolubilità per radicali. Segmenti costruibili con riga e compasso e numeri reali costruibili. La trascendenza di π secondo Lindemann*. Costruzioni impossibili. Numeri complessi costruibili: definizione e caratterizzazione*. Criterio di Gauss per la costruibilità di un poligono regolare.

Teoria algebrica dei numeri

Generalità sui moduli sugli anelli commutativi unitari: definizione, sottomodulo generato da un sottoinsieme, moduli finitamente generati, moduli liberi e non liberi, rango di un modulo libero, moduli liberi su \mathbf{Z} e loro sottomoduli*, omomorfismi di moduli, moduli quoziente. Anelli e moduli noetheriani: definizioni equivalenti, teorema della base di Hilbert*, quozienti, sottomoduli e somme dirette finite di moduli noetheriani, moduli noetheriani su un anello noetheriano. Dimostrazione che ogni ideale di un anello commutativo unitario è contenuto in un ideale massimale*.

Elementi interi ed estensioni intere: definizione, caratterizzazione, interi algebrici (caratterizzazione, relazione con i numeri algebrici), criterio sufficiente per le estensioni intere, transitività delle estensioni intere, chiusure intere (dimostrazione di Dedekind che la chiusura intera è un anello*), anelli integralmente chiusi, il caso di \mathbf{Z} (e, più in generale, di un UFD). L'anello degli interi D_K di un campo numerico K : teorema di caratterizzazione nel caso di un campo quadratico, D_K come dominio di Dedekind. Relazione tra PID e UFD: caso generale e caso dei domini di Dedekind. Ideali frazionari. Relazione di divisibilità tra ideali. Fattorizzazione e gruppo moltiplicativo degli ideali non nulli di un dominio di Dedekind: criterio di fattorizzazione di Kummer*, numeri interi che sono primi in D_K . Norma, traccia e caratteristica di un elemento in un'estensione finita di campi. Norma di un ideale di D_K : definizione, confronto con le norme dei suoi elementi, proprietà moltiplicativa*. Gruppo delle classi di ideali: due definizioni equivalenti, relazione con la proprietà di PID, numero delle classi di ideali ed applicazioni alla risolubilità di equazioni diofantee. Caratterizzazione dei PID mediante la norma di Hasse-Dedekind. Criterio necessario per i domini euclidei. Esempio di un PID che non è un dominio euclideo. Residui quadratici modulo un primo: definizione, criterio di Eulero, Lemma di Gauss, legge di reciprocità quadratica.

*la dimostrazione è facoltativa

Testi di riferimento	<p>R. B. Ash, <i>A Course in Algebraic Number Theory</i>, https://faculty.math.illinois.edu/~r-ash/ANT.html</p> <p>R. B. Ash, <i>Abstract Algebra, The Basic Graduate Year</i> https://faculty.math.illinois.edu/~r-ash/Algebra.html</p> <p>M. F. Atiyah, I.G. Macdonald, <i>Introduzione all'algebra commutativa</i>, trad. di P. Maroscia, Feltrinelli, Milano, 1981.</p> <p>M. Baker, <i>Algebraic Number Theory</i>, http://people.math.gatech.edu/~mbaker/pdf/ANTBook.pdf</p> <p>A. Caranti, S. Mattarei, <i>Introduzione alla Teoria di Galois</i>, http://www.science.unitn.it/~caranti/Didattica/Galois/2005-06/Note/Galois.pdf</p> <p>D. S. Dummit, R. M. Foote, <i>Abstract Algebra</i>, Wiley, New York, 1999.</p> <p>S. Franciosi, F. de Giovanni, <i>Elementi di Algebra</i>, Aracne, Roma, 1992.</p> <p>P. Grillet, <i>Algebra</i>, John Wiley & Sons, New York, 1999.</p> <p>I. N. Herstein, <i>Algebra</i>, Editori Riuniti, Roma, 1994.</p> <p>I. M. Isaacs, <i>Algebra. A Graduate Course</i>, Brooks/Cole, Pacific Grove, 1994.</p> <p>J. S. Milne, <i>Algebraic Number Theory</i>, http://www.jmilne.org/math/CourseNotes/ant.html</p> <p>P. Morandi, <i>Field and Galois Theory</i>, Springer, New York, 1996.</p> <p>J. Rotman, <i>Galois Theory</i>, Springer, New York, 1990</p>
Note ai testi di riferimento	<p>Sono disponibili in rete le dispense complete del corso: https://www.dm.uniba.it/members/barile/homepage/dispense-di-algebra-n-3</p>

Organizzazione della didattica			
Ore			
Totali	Didattica frontale	Pratica (laboratorio, campo, esercitazione, altro)	Studio individuale
60	52	8	100
CFU/ETCS			
7	6,5	0,5	

Metodi didattici	Didattica mista

Risultati di apprendimento previsti	
Conoscenza e capacità di comprensione	<ul style="list-style-type: none"> ○ Riconoscere l'algebra astratta come un impianto concettuale unitario
Conoscenza e capacità di comprensione applicate	<ul style="list-style-type: none"> ○ Applicare le strutture algebriche nella risoluzione di problemi
Competenze trasversali	<ul style="list-style-type: none"> • Autonomia di giudizio <ul style="list-style-type: none"> ○ Valutare l'utilità pratica dell'algebra astratta alla risoluzione di problemi • Abilità comunicative <ul style="list-style-type: none"> ○ Acquisire concisione nell'esposizione di problemi complessi • Capacità di apprendere in modo autonomo <ul style="list-style-type: none"> ○ Esaminare i concetti algebrici in una prospettiva storica

Valutazione	
-------------	--

Modalità di verifica dell'apprendimento	Esame orale
Criteri di valutazione	<ul style="list-style-type: none"> • Conoscenza e capacità di comprensione: <ul style="list-style-type: none"> ○ Inserire i concetti algebrici in un ampio contesto teorico • Conoscenza e capacità di comprensione applicate: <ul style="list-style-type: none"> ○ Riconoscere le motivazioni pratiche dei risultati teorici • Autonomia di giudizio: <ul style="list-style-type: none"> ○ Confrontare le strutture algebriche ed individuarne le interazioni • Abilità comunicative: <ul style="list-style-type: none"> ○ Presentare la natura strutturale dell'algebra • Capacità di apprendere: <ul style="list-style-type: none"> ○ Interpretare l'algebra in chiave storica
Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale	Il voto dell'esame orale è in trentesimi.
Altro	