Insegnamento di: Metodi Analitici in Finanza	

Classe di laurea: LM-40 – Scienze Matematiche	**Corso di Laurea** in: Matematica	Anno accademico: 2018/2019
Denominazione inglese insegnamento: Analytical Methods in Finance	**Tipo di insegnamento**: obbligatorio	**Anno:** 2 / **Semestre**: 1

Tipo attività formativa: b - Attività caratterizzante	**Ambito disciplinare**: Formazione Teorica di base	**Settore scientifico disciplinare**: MAT/05	**CFU totali**: 7 di cui **CFU lezioni**: 6,5 **CFU ese/lab/tutor**: 0,5

Modalità di erogazione, ore di didattica assistita ed ore dedicate allo studio individuale
ore di lezione: 52 ore di esercitazione/laboratorio/tutorato: 8 totale ore didattica assistita: 60 totale ore di studio individuale: 115

Lingua di erogazione: Italiano	**Obbligo di frequenza:** no	

Docente: Mario Michele Coclite	**Tel:** +390805442659 **e-mail:** mariomichele.coclite@uniba.it	**Ricevimento studenti**: Dip. Matematica piano II, stanza 10	**Giorni e ore ricevimento:** mercoledì 11-13. In altri giorni previo appuntamento.

Conoscenze preliminari:
Elementi base di teoria della misura di Lebesgue, teoria del Portafoglio, calcolo delle probabilità.

Obiettivi formativi:
Acquisizione dei risultati fondamentali della teoria classica sulle equazioni paraboliche e della teoria di Black & Scholes sui derivati.

Risultati di apprendimento previsti

Conoscenza e capacità di comprensione:
Acquisizione di concetti fondamentali per l'analisi di mercati e derivati.

Conoscenza e capacità di comprensione applicate:
Applicazione delle teorie acquisite durante il corso per lo studio di mercarti azionari.

Autonomia di giudizio:
Capacità di valutare l'attendibilità dei risultati ottenuti dai modelli.

Abilità comunicative:
Acquisizione del linguaggio proprio dei mercati finanziari.

Capacità di apprendere:
Acquisizione di un metodo di studio adeguato, supportato della consultazione dei testi e dalla risoluzione di esercizi e quesiti proposti periodicamente durante il corso.

Programma del corso

1-Richiami. Convoluzione. Trasformata di Fourier. Assoluta continuità dell'integrale di Lebesgue. Teorema di passaggio limite sotto il segno di integrale. Teorema di Lusin. Integrazione su domini illimitati.

2-Problema di Cauchy per equazioni paraboliche a coefficienti costanti. Lo spazio $C^{1,2}$. Operatori parabolici a coefficienti costanti. Soluzione classica di una equazione parabolica. Soluzioni classiche di un problema di Cauchy che soddisfano la condizione iniziale quasi ovunque, in senso classico ed in senso L^1_{loc}. Relazione fra le soluzioni di una equazione parabolica omogenea e le soluzioni dell'equazione omogenea con le sole derivate di ordine più elevato. Soluzione fondamentale di un operatore parabolico a coefficienti costanti. Polo della soluzione fondamentale. Stime sulla soluzione fondamentale. Lo spazio GC. Esistenza di soluzioni classiche di una equazione parabolica omogenea. Esistenza di soluzioni classiche di un problema di Cauchy omogeneo con dato iniziale continuo assunto in senso classico. Esistenza di soluzioni classiche di un problema di Cauchy omogeneo con dato iniziale localmente sommabile assunto in senso di L^1_{loc}. Esistenza di soluzioni classiche di un problema di Cauchy non omogeneo. Non unicità delle soluzioni classiche di un problema di Cauchy con dato inziale assunto quasi ovunque. Segno del prodotto di matrici semidefinite. Unicità delle soluzioni classiche di un problema di Cauchy con dato inziale assunto in senso classico. Unicità delle soluzioni classiche di un problema di Cauchy con dato inziale assunto in senso di L^1_{loc}.

3-Problema di Cauchy per equazioni paraboliche a coefficienti variabili. Ipotesi. Lo spazio C^α_P. Soluzione fondamentale. Esistenza di soluzioni classiche di un problema di Cauchy non omogeneo. Principio del Massimo Debole. Principio di Confronto. Confronto, unicità, limitatezza e stabilità delle soluzioni classiche di un problema di Cauchy con dato iniziale continuo. Unicità delle soluzioni classiche di un problema di Cauchy che soddisfano il dato iniziale in senso L^1_{loc}. La soluzione fondamentale come densità. Unicità delle soluzioni classiche limitate inferiormente.

4-Richiami di calcolo stocastico. Processi stocastici adattati a filtrazioni soddisfacenti le ipotesi usuali. Moto browniano reale standard. Variazione prima e seconda di una funzione numerica. Spazi di martingale. Esempi notevoli. Teorema di Doob Mayer sulla variazione quadratica di una martingala continua. Proprietà delle martingale rispetto alla loro variazione prima. Integrale di Itô negli spazi L^2, L^2_{loc}. Proprietà dell'integrale di Itô7in L^2. Spazi di martingale locali. Condizioni sufficienti affinché una martingala locale continua sia una martingala continua. Variazione quadratica di una martingala locale e di una funzione integrale stocastica. Processi di Itô. Drift e coefficiente di diffusione. Variazione quadratica. Unicità della rappresentazione di un processo di Itô. Condizione necessaria e sufficiente affinché un processo di Itô sia una martingala locale. Normalità di un processo di Itô con drift e coefficiente di diffusione deterministici. Formula di Itô. Calcolo di $E(W_t^n)$, $E(e^{\sigma W_t})$. Martingale ed equazioni paraboliche. Condizione necessaria e sufficiente affinché un processo di Itô $f(t, X_0=\mu t+\sigma W_t)$ sia una martingala locale. Moto browniano geometrico. Condizione necessaria e sufficiente affinché un moto browniano geometrico sia una martingala.

5-Derivati e arbitraggi. Derivati. Opzioni. Opzioni Americane, Asiatiche, Europee. Payoff di una opzione. Straddle. Scopi finanziari delle opzioni. Problemi del mercato dei derivati: valutazione e replicazione. Arbitraggi. Principio di assenza di arbitraggio. Put - Call parity e stime dei prezzi delle opzioni europee. Prezzi e probabilità neutrali al rischio. Prezzo d'arbitraggio. Completezza dei mercati. Una generalizzazione della put - call parity delle opzioni europee.

6-Modello di Black & Scholes - Derivati europei. Composizione del mercato. Portafogli o strategie. Valore di una strategia. Strategie autofinanzianti. Rendimento di una strategia. Caratterizzazione delle strategie autofinanzianti mediante i prezzi scontati dell'azione e del valore del portafoglio. Strategie o portafogli Markoviani. Unicità della rappresentazione del loro valore. Caratterizzazione dei portafogli autofinanzianti markoviani tramite l'equazione di Black & Scholes. Riduzione dell'equazione di Black & Scholes all'equazione del calore. Derivati europei sul sottostante stocastico di un mercato di Black & Scholes. Strategie ammissibili. Derivati europei replicabili. Completezza e assenza di arbitraggi dal modello di Black & Scholes. Valutazione delle opzioni europee sul sottostante stocastico di un mercato di Black & Scholes. Dividendi continui. Cenni al caso in cui i parametri del modello di Black & Scholes sono funzioni continue del tempo. Ammissibilità e assenza di arbitraggi. Principio di non arbitraggio. Prezzo di mercato del rischio. Valutazione di derivati il cui sottostante non e' scambiato sul mercato. Strategie di copertura. Le greche. Le greche delle opzioni plain vanilla. Stime dei prezzi delle opzioni plain vanilla. Strategie di gamma-vega hedging.

7-Modello di Black & Scholes - Derivati esotici. Opzioni asiatiche e relativa equazione di Black & Scholes. Riduzione dell'equazione di Black & Scholes a un'equazione parabolica per opzioni con media aritmetica. Riduzione dell'equazione di Black & Scholes per opzioni asiatiche con media geometrica all'equazione di Kolmogorov. Calcolo del prezzo di una opzione Up-out-Out Call. Prezzo di un derivato Lookback

Metodi di insegnamento:

Lezioni ed esercitazioni in aula.

Supporti alla didattica:

Controllo dell'apprendimento e modalità d'esame: Prova scritta.

Testi di riferimento principali:

A. Friedman. Partial Differential Equations of Parabolic Type. Dover Books on Mathematics, New York, 2008.

G. Gilardi. Analisi due. Second Edition. McGraw-Hill Book Co., Milano, 1996.

O. A. Ladyzenskaja, V. A. Solonnikov, N. N. Ural'ceva. Linear and Quasi-linear Equations of Parabolic Type.

Translations of Mathematical Monographs, vol. 23, American Mathematical Society, Providence, 1968.

A. Pascucci. Calcolo stocastico per la finanza. Springer-Verlag, Milano, 2008.

E. Rosazza Gianin e C. Sgarra. Esercizi di Finanza Matematica, 1^a edizione. Springer-Verlag, 2007.

S. Shereve. Stochastic Calculus for Finance II. Springer-Verlag, 2004.

W. Rudin. Real and complex analysis. McGraw-Hill Book Co., New York, 1970