



boreiane invarianti per traslazione – misura di Lebesgue e applicazioni lineari: l'interpretazione geometrica del determinante di una matrice.

**3. Gli spazi  $L^p$ :** disuguaglianze di Jensen, di Hölder e di Minkowsky – completezza degli spazi  $L^p(\mu)$  – proprietà di continuità delle funzioni misurabili in  $R^N$ : il teorema di Lusin – proprietà di densità negli spazi  $L^p(R^N)$  delle funzioni continue a supporto compatto –  $C_0(R^N)$  come completamento in norma uniforme di  $C_c(R^N)$  – Separabilità degli spazi  $L^p(R^N)$ .

**4. Teoria elementare degli spazi di Hilbert:** definizione, disuguaglianza di Schwarz, disuguaglianza triangolare – teorema di minima norma per convessi chiusi – teorema dei proiettori ortogonali – teorema di rappresentazione di Riesz dei funzionali su uno spazio di Hilbert – problema della migliore approssimazione – insiemi ortonormali, caratterizzazione degli insiemi ortonormali massimali, esistenza di insiemi ortonormali massimali – identità di Bessel, identità di Parseval, isomorfismo tra  $H$  e  $l^2(A)$  – lo spazio  $L^2(T)$  e le serie di Fourier – gli spazi  $H^s(T)$  e  $H^s(T^N)$  e relativi teoremi di immersione in  $C(T)$  e  $C(T^N)$  – Applicazioni alle equazioni differenziali e disuguaglianza isoperimetrica nel piano.

## Analisi complessa

**5. Introduzione alla teoria delle funzioni olomorfe:** derivabilità in senso complesso: proprietà, interpretazione geometrica – olomorfia e differenziabilità – equazioni di Cauchy–Riemann e corollari – alcune funzioni elementari: funzione esponenziale, funzioni trigonometriche, funzioni polidrome e loro selezioni, funzione logaritmo, funzione potenza – curve, cammini e circuiti – richiami sulle forme differenziali – omotopia – semplice connessione – relazioni tra chiusura ed esattezza di una forma differenziale – integrazione di funzioni complesse su cammini – primitive di funzioni complesse – forme differenziali associate a una funzione olomorfa – caratterizzazione dell'esistenza di primitive – serie di potenze complesse: raggio di convergenza, convergenza uniforme, teorema di Cauchy–Hadamard – test di Abel–Dirichlet – teorema di Abel – prodotto alla Cauchy – funzioni analitiche – analiticità dell'integrale di Cauchy.

**6. Teorema di Cauchy e analiticità delle funzioni olomorfe:** teorema dell'indice di avvolgimento – teorema di Goursat – esistenza di primitive locali – formula integrale di Cauchy – analiticità delle funzioni olomorfe – teorema di Morera – formula di Cauchy per le derivate – stime di Cauchy per le derivate – teorema fondamentale dell'algebra – teorema di Liouville per funzioni olomorfe limitate e sue generalizzazioni – teorema di Morera–Weierstrass – applicazioni al calcolo di integrali.

**7. Teorema degli zeri e funzioni armoniche:** teorema degli zeri di una funzione olomorfa e corollari – unicità del prolungamento analitico – caratterizzazione dell'analiticità di funzioni di variabile reale – funzioni olomorfe e funzioni armoniche – proprietà del valor medio – formula di Pizzetti – caratterizzazione delle funzioni armoniche attraverso il loro valor medio – teorema di Liouville per funzioni positive e sue estensioni – principio di massimo per funzioni armoniche – teorema della media per funzioni olomorfe – principio del massimo modulo, principio del minimo modulo.

**8. Teorema dei residui e applicazioni:** singolarità isolate – serie di Laurent – teorema sulla sviluppabilità in serie di Laurent – classificazione delle singolarità isolate e loro caratterizzazioni – il teorema di Picard (enunciato) – definizione di residuo – calcolo del residuo in un polo – teorema dei residui – teorema di Cauchy (caso generale) – lemma di Jordan – funzioni meromorfe – teorema dell'indice logaritmico – teorema di Rouché e corollari – teorema dell'applicazione aperta – teorema dell'invertibilità locale – applicazioni al calcolo di integrali, serie ed equazioni alle differenze

## Metodi di insegnamento:

Lezioni ed esercitazioni in aula.

## Supporti alla didattica:

Dispense disponibili alla pagina

[Istituzioni di Analisi Superiore](#)

<https://lorenzodambrosio.altervista.org/blog/didattica/istituzioni-analisi-superiore/>

## Controllo dell'apprendimento e modalità d'esame:

Prova scritta e/o orale.

**Testi di riferimento principali:**

Per tutto il programma: W. RUDIN, *Real and Complex Analysis*, McGraw–Hill Book Company

Per la sola costruzione della misura di Lebesgue in  $\mathbb{R}^N$ : N. FUSCO, P. MARCELLINI & C. SBORDONE, *Analisi Matematica due*, Liguori

Per l'analisi complessa è inoltre utile consultare

G. GILARDI, *Analisi 3*, Ed. Mc Graw–Hill; S. LANG, *Complex Analysis*, Springer–Verlag

Si vedano, inoltre, le dispense del corso.