

<b>Insegnamento di:</b> Analisi Matematica n. 4						
<b>Classe di laurea:</b> L-35 (Scienze Matematiche).	<b>Corso di Laurea in:</b> Matematica	<b>Anno accademico:</b> 2020/2021				
<b>Denominazione inglese insegnamento:</b> Mathematical Analysis no. 4	<b>Tipo di insegnamento:</b> Obbligatorio	<b>Anno:</b> 2	<b>Semestre:</b> G			
<b>Tipo attività formativa:</b> b) - Attività caratterizzante	<b>Ambito disciplinare:</b> Formazione Teorica	<b>Settore scientifico-disciplinare:</b> MAT/05	<b>CFU totali:</b> 8 di cui CFU lezioni: 5 CFU ese/lab/tutor: 3			
<b>Modalità di erogazione, ore di didattica assistita ed ore dedicate allo studio individuale</b>						
ore di lezione: 40	ore di esercitazione/laboratorio/tutorato: 30					
totale ore didattica assistita: 70						
totale ore di studio individuale: 130						
<b>Lingua di erogazione:</b> Italiano	<b>Obbligo di frequenza:</b> no					
<b>Docente:</b> Francesco Altomare	<b>Tel:</b> +39 080 5442672 <b>e-mail:</b> francesco.altomare@uniba.it	<b>Ricevimento studenti:</b> Dip. Matematica piano 3°, stanza n. 6	<b>Giorni e ore ricevimento:</b> Lunedì, 10:00 – 12:00 Martedì, 10:30 – 12:30			
<b>Conoscenze preliminari:</b>						
Le conoscenze che in genere vengono acquisite nel primo anno e nel primo semestre del secondo anno di una laurea della classe L-35. In particolare: analisi matematica classica per funzioni di una o più variabili reali, calcolo differenziale, calcolo integrale, elementi di topologia in spazi metrici e spazi euclidei, algebra lineare.						
<b>Obiettivi formativi:</b>						
Acquisizione di ulteriori conoscenze e strumenti di base dell' analisi matematica classica, con particolare riferimento alla teoria delle equazioni differenziali, teoria dell'integrazione secondo Riemann per funzioni di più variabili, teoria della misura multidimensionale secondo Peano-Jordan.						
<b>Risultati di apprendimento previsti</b>	<b>Conoscenza e capacità di comprensione:</b> Approfondimento di teorie fondamentali dell' analisi matematica classica. Acquisizione delle relative tecniche dimostrative.					
	<b>Conoscenza e capacità di comprensione applicate:</b> Le conoscenze teoriche acquisite si utilizzano in vasta parte della matematica e delle sue applicazioni.					
	<b>Autonomia di giudizio:</b> Capacità di valutare la coerenza del ragionamento logico utilizzato in una dimostrazione. Capacità di individuare i giusti strumenti matematici e le giuste tecniche per affrontare problemi matematica complessi.					
	<b>Abilità comunicative:</b> Acquisizione del linguaggio e del formalismo matematico avanzato, necessario per la consultazione e comprensione dei testi, l' esposizione delle conoscenze acquisite, la descrizione, l' analisi e la risoluzione dei problemi.					
<b>Capacità di apprendere:</b>						
Acquisizione di un metodo di studio adeguato, supportato della consultazione dei testi e dalla risoluzione di esercizi e quesiti proposti periodicamente durante il corso.						

## **Programma del corso**

## 1. SPAZI METRICI COMPLETI

Successioni di Cauchy in spazi metrici ed in spazi normati. Spazi metrici completi. Relazioni fra completezza e compattezza. Spazi di Banach. Completezza degli spazi  $\mathbb{R}^n$ ,  $B(X, E)$  e  $C_b(X, E)$  ( $E$  spazio di Banach). Il teorema

delle contrazioni in spazi metrici completi.

## **2. EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE**

Elementi di calcolo integrale per funzioni a valori vettoriali.

Introduzione alle equazioni differenziali ordinarie ed al corrispondente problema di Cauchy. Il teorema di Cauchy di esistenza ed unicità globale per equazioni differenziali di tipo normale del primo ordine. Prime conseguenze del teorema di Cauchy. Il teorema di esistenza ed unicità locale. Prolungabilità delle soluzioni.

Sistemi di equazioni differenziali del 1° ordine di tipo normale. Equazioni differenziali di tipo normale di ordine superiore. Integrali generali di equazioni differenziali.

Equazioni differenziali lineari. Proprietà generali delle equazioni differenziali lineari. Equazioni differenziali lineari omogenee. Integrali indipendenti e loro Wronskiano. Integrali generali di equazioni differenziali lineari omogenee. Equazioni differenziali lineari non omogenee e loro integrali generali. Metodo della variazione delle costanti di Lagrange. Equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti.

Risoluzione di alcuni tipi di equazioni differenziali del primo ordine in forma normale. Equazioni differenziali a variabili separabili, di tipo omogeneo, di Bernoulli. Equazioni differenziali esatte e a fattore integrante. Risoluzione di alcuni tipi di equazioni differenziali del secondo ordine. Analisi qualitativa delle soluzioni di equazioni differenziali lineari.

## **3. INTEGRALI MULTIPLI. LA MISURA DI PEANO-JORDAN SU IR<sup>n</sup>**

Intervalli di  $IR^n$ . Funzioni a scala su intervalli e loro integrale. Funzioni su intervalli integrabili secondo Riemann e loro integrale. Integrale di Riemann e somme di Darboux. Criteri di integrabilità. Integrabilità delle funzioni regolate e delle funzioni continue. Proprietà dell'integrale.

Funzioni su sottoinsiemi limitati di  $IR^n$  integrabili secondo Riemann e loro integrale. Funzioni su  $IR^n$  a supporto compatto integrabili secondo Riemann e loro integrale. Insiemi trascurabili secondo Riemann e relative proprietà. Ulteriori criteri di integrabilità. Proprietà dell'integrale di Riemann. Teorema di passaggio al limite sotto il segno di integrale.

Plurintervalli di  $IR^n$  e loro misura. Insiemi misurabili secondo Peano-Jordan e loro misura. Proprietà degli insiemi misurabili secondo Peano-Jordan su  $IR^n$  e delle loro misure. Formula fondamentale della misura tramite integrale.

Calcolo integrale. Formule di riduzione. Misurabilità del cilindroide relativo ad una funzione integrabile e positiva e sua misura. Formule di cambiamento di variabili. Formule di passaggio in coordinate polari.

Integrali doppi su domini normali di  $IR^2$ . Formule di riduzione per integrali doppi. Calcolo di aree di domini di  $IR^2$ . Integrali tripli su domini normali di  $IR^3$  (cenni). Calcolo di volumi di solidi di  $IR^3$  (cenni).

## **4. INTEGRALI CURVILINEI E FORME DIFFERENZIALI**

Curve regolari. Lunghezza di una curva. Curve orientate. Ascissa curvilinea. Integrale curvilineo di una funzione. Integrale curvilineo di una forma differenziale. Forme differenziali esatte. Forme differenziali chiuse. Formule di Gauss-Green.

### **Metodi di insegnamento:**

Lezioni ed esercitazioni in aula.

### **Supporti alla didattica:**

### **Controllo dell'apprendimento e modalità d'esame:**

Prova scritta e orale.

### **Testi di riferimento principali:**

### **TESTI CONSIGLIATI**

[1] P. MARCELLINI – C. SBORDONE, Elementi di Analisi Matematica due, Liguori Editore, Napoli, 2001.

[2] P. MARCELLINI – C. SBORDONE, Esercitazioni di Matematica, Parte I e Parte II, Zanichelli Editore, Bologna, 2018.

**TESTI CONSIGLIATI PER MAGGIORI APPROFONDIMENTI**

- [1] N. FUSCO - P. MARCELLINI – C. SBORDONE, Analisi Matematica due, Liguori Editore, Napoli, 1996.
- [2] J. LELONG-FERRAND – J. M. ARNAUDIÈS, Cours de mathématiques, Tome 4, 2<sup>e</sup> édition, Dunod Université, Paris, 1977.
- [3] C. D. PAGANI – S. SALSA, Analisi Matematica 2, Seconda edizione, Zanichelli Editore, Bologna, 2016.