Insegnamento di: Analisi Matematica n. 3

Classe di laurea: L-35 (Scienze Matematiche).

Corso di Laurea in: Matematica

Anno accademico: 2020/2021

Denominazione inglese insegnamento: Mathematical Analysis no. 3

Tipo di insegnamento: Obbligatorio

Anno: 2

Semestre: 1

Tipo attività formativa: b) - Attività caratterizzante

Ambito disciplinare: Formazione Teorica

Settore scientifico-disciplinare: MAT/05

CFU totali: 8
di cui
CFU lezioni: **5**
CFU ese/lab/tutor: 3

Modalità di erogazione, ore di didattica assistita ed ore dedicate allo studio individuale
ore di lezione: 40 ore di esercitazione/laboratorio/tutorato: 30
totale ore didattica assistita: 70
totale ore di studio individuale: 130

Lingua di erogazione: Italiano

Obbligo di frequenza: no

Docente: Francesco Altomare

Tel: +39 080 544 2672
e-mail: francesco.altomare@uniba.it

Ricevimento studenti: Dip. Matematica piano 3°, stanza n. 6

Giorni e ore ricevimento: Lunedì, 10:00 – 12:00
Martedì, 10:30 – 12:30

Conoscenze preliminari:
Le conoscenze che in genere vengono acquisite nel primo anno di una laurea della classe L-35. In particolare: analisi matematica classica per funzioni di una variabile, calcolo differenziale, calcolo integrale, algebra lineare.

Obiettivi formativi: Acquisizione di ulteriori conoscenze e strumenti di base dell' analisi matematica classica, con particolare riferimento alla teoria elementare degli spazi metrici e spazi normati, fondamenti dell'analisi matematica per funzioni di più variabili, successioni e serie di funzioni.

Risultati di apprendimento previsti

Conoscenza e capacità di comprensione:
Approfondimento di teorie fondamentali dell' analisi matematica classica. Acquisizione delle relative tecniche dimostrative.

Conoscenza e capacità di comprensione applicate:
Le conoscenze teoriche acquisite si utilizzano in vasta parte della matematica e delle sue applicazioni.

Autonomia di giudizio:
Capacità di valutare la coerenza del ragionamento logico utilizzato in una dimostrazione. Capacità di individuare i giusti strumenti matematici e le giuste tecniche per affrontare problemi matematica complessi.

Abilità comunicative:
Acquisizione del linguaggio e del formalismo matematico avanzato, necessario per la consultazione e comprensione dei testi, l' esposizione delle conoscenze acquisite, la descrizione, l' analisi e la risoluzione dei problemi.

Capacità di apprendere:
Acquisizione di un metodo di studio adeguato, supportato della consultazione dei testi e dalla risoluzione di esercizi e quesiti proposti periodicamente durante il corso.

Programma del corso

1. LO SPAZIO IR^n, $n\geq1$, SPAZI NORMATI, SPAZI METRICI

Lo spazio vettoriale IR^n, $n\geq1$, ed il suo duale. Basi canoniche. Funzionali lineari su IR^n. Applicazioni lineari di IR^n in IR^m e matrici. Funzioni a valori vettoriali. Disuguaglianze notevoli. Le norme $\theta\tau\theta_p$, $1\leq p\leq+\infty$.

Spazi normati. Esempi notevoli. Sottospazi normati. Norme equivalenti. Insiemi limitati. Applicazioni limitate.

Spazi metrici. Esempi notevoli. Distanza associata ad una norma. Distanza indotta su un sottoinsieme di uno spazio metrico. Spazi metrici prodotto. Distanze equivalenti.

Elementi di topologia in spazi metrici. Insiemi aperti, insiemi chiusi: Esempi e proprietà. Aderenza, derivato, frontiera, ed interno di sottoinsiemi di spazi metrici. Proprietà.

Limiti. Limiti di funzioni vettoriali. Successioni convergenti in spazi metrici. Esempi e proprietà. Continuità.

Esempi e proprietà. Funzioni vettoriali continue. Applicazioni lineari continue fra spazi normati. Continuità delle applicazioni lineari su IR^n. Funzioni vettoriali differenziabili. Il teorema degli accrescimenti finiti.

Spazi metrici compatti. Esempi e proprietà. Sottoinsiemi compatti. Sottoinsiemi compatti di IR^n. Il teorema di Weierstrass. Applicazioni uniformemente continue. Il teorema di Cantor.

2. CALCOLO DIFFERENZIALE PER FUNZIONI DI PIU' VARIABILI

Funzioni di più variabili reali parzialmente derivabili, derivate parziali e loro proprietà. Funzioni derivabili parzialmente lungo una direzione. Il teorema di Schwarz sull'invertibilità dell'ordine di derivazione.

Funzioni di più variabili reali a valori in IR^m derivabili parzialmente e loro proprietà. Gradiente di una funzione e sue proprietà. Differenziale totale. Differenziabilità. Interpretazione geometrica. Teorema sul differenziale totale. Derivabilità secondo Fréchet. Differenziabilità per funzioni a valori in IR^m e matrici Jacobiane. Derivate direzionali. Teorema sulla derivabilità delle funzioni composte. Differenziabilità delle funzioni composte.

Spazi metrici connessi. Insiemi convessi di uno spazio normato. Teorema degli accrescimenti finiti. Funzioni di più variabili con gradiente nullo.

Differenziale totale di ordine superiore e formula di Taylor per funzioni di più variabili.

Punti di massimo e di minimo relativi (propri) per funzioni di più variabili. Condizioni necessarie. Autovalori e forme quadratiche associate ad una matrice. Matrici Hessiane. Condizioni sufficienti per punti di massimo e di minimo relativi. Metodi di ricerca di punti di massimo e di minimo relativi ed assoluti. Punti di massimo e di minimo vincolati (cenni).

3. FUNZIONI IMPLICITE E TEOREMA DEL DINI

Introduzione al problema della determinazione di funzione implicite. Teorema del Dini sulle funzioni implicite per funzioni di due variabili. Applicazioni. Problemi di massimo e di minimo vincolati. Metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

4. SUCCESSIONI E SERIE DI FUNZIONI

Successioni di funzioni puntualmente convergenti ed uniformemente convergenti. Criterio di uniforme convergenza di Cauchy. Teorema del Dini. Teorema sull'inversione dei limiti. Teorema di passaggio al limite sotto il segno di derivata. Teorema di passaggio al limite sotto il segno di integrale.

Serie di funzioni a valori reali o complessi. Serie di funzioni puntualmente convergenti e loro somma. Serie di funzioni uniformemente convergenti. Criterio di convergenza di Cauchy per serie di funzioni uniformemente convergenti. Serie di funzioni assolutamente convergenti, equi-assolutamente convergenti e totalmente convergenti. Teorema di derivazione termine a termine. Teorema di integrazione termine a termine.

Serie di potenze di variabile reale. Serie di potenze ottenute per integrazione e per derivazione. Raggio di convergenza. Criteri della radice e del rapporto. Teorema di Abel. Raggi di convergenza delle serie ottenute per integrazione e per derivazione.

Funzioni sviluppabili in serie di Taylor. La serie binomiale. Sviluppi in serie di Taylor notevoli. Applicazioni al calcolo di integrali.

Metodi di insegnamento:
Lezioni ed esercitazioni in aula.

Supporti alla didattica:

Controllo dell'apprendimento e modalità d'esame:
Prova scritta ed orale.

Testi di riferimento principali:

[1] N. FUSCO - P. MARCELLINI – C. SBORDONE, Analisi Matematica due, Liguori Editore, Napoli, 1996.

[2] P. MARCELLINI – C. SBORDONE, Esercitazioni di Matematica, 2° Volume, Parte I e Parte II, Liguori Editore, Napoli, 1989.

[3] G. ZWIRNER, Esercizi di Analisi Matematica, Parte seconda, Edizioni Cedam, Padova, 1977.