<table>
<tr><td colspan="5">Insegnamento di: Analisi Funzionale</td></tr>
<tr><td colspan="2">Classe di laurea: L-35-Scienze Matematiche</td><td>Corso di Laurea in:
Matematica</td><td colspan="2">Anno accademico:
2020/2021</td></tr>
<tr><td colspan="2">Denominazione inglese insegnamento:
Functional Analysis</td><td>Tipo di insegnamento:
A scelta</td><td>Anno:</td><td>Semestre:
2</td></tr>
<tr><td>Tipo attività formativa:
d-Attività a scelta</td><td>Ambito disciplinare:</td><td>Settore scientifico-disciplinare:
MAT/05</td><td colspan="2">CFU totali: 7
di cui
CFU lezioni: 6,5
CFU ese/lab/tutor: 0,5</td></tr>
<tr><td colspan="5">Modalità di erogazione, ore di didattica assistita ed ore dedicate allo studio individuale
ore di lezione: 52 ore di esercitazione/laboratorio/tutorato: 8
totale ore didattica assistita: 60
totale ore di studio individuale: 115</td></tr>
<tr><td>Lingua di erogazione:
Italiano</td><td>Obbligo di frequenza:
no</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>Docente:
Fragnelli Genni</td><td>Tel: +39 080 544 2687
e-mail:
genni.fragnelli@uniba.it</td><td>Ricevimento studenti:
Dip. Matematica
Piano III, stanza 10</td><td colspan="2">Giorni e ore ricevimento:
Previo appuntamento per posta elettronica</td></tr>
<tr><td colspan="5">Conoscenze preliminari:
Le conoscenze che si acquisiscono nei primi due anni di una laurea della classe L-35, con particolare riferimento all’Analisi Matematica classica in una o più variabili, agli spazi normati, alla topologia generale ed all’algebra lineare.</td></tr>
<tr><td colspan="5">Obiettivi formativi:
Acquisizione degli strumenti di base relativi agli spazi funzionali, a teoremi di rappresentazione, alla teoria degli operatori e dei semigruppi di operatori, con applicazioni ad alcune classi di equazioni a derivate parziali.</td></tr>
<tr><td>Risultati di apprendimento previsti</td><td colspan="4">Conoscenza e capacità di comprensione:
Acquisizione di concetti e risultati fondamentali nell’ambito dello studio degli spazi funzionali e della teoria degli operatori. Acquisizione dei principali strumenti e delle tecniche dimostrative

Conoscenza e capacità di comprensione applicate:
Le conoscenze teoriche acquisite trovano molte applicazioni in vari campi della matematica, tra cui lo studio di equazioni alle derivate parziali e di modelli da esse governati.

Autonomia di giudizio:
Capacità di valutazione della coerenza del ragionamento logico nelle dimostrazioni e capacità di scelta di strumenti matematici adeguati alla complessità dei problemi da risolvere.

Abilità comunicative:
Acquisizione delle basi del linguaggio e del formalismo matematico, necessarie sia per la consultazione e la comprensione dei testi che per l’esposizione, l’analisi e la risoluzione dei problemi.

Capacità di apprendere:
Acquisizione di un metodo di studio adeguato che si avvalga sistematicamente della consultazione dei testi e dell’impegno alla risoluzione di esercizi e quesiti connessi ai contenuti del corso.</td></tr>
<tr><td colspan="5">Programma del corso

1. Spazi normati e teoremi fondamentali
Richiami sugli spazi normati. Esempi fondamentali. Algebre normate. Operatori lineari e operatori lineari limitati tra spazi normati. Spazi di Banach. Spazio duale, biduale di uno spazio normato. Topologie deboli. Relazioni tra uno spazio normato ed il suo biduale. Spazi normati riflessivi. Esempi fondamentali. Spazi normati di dimensione finita. Teorema di Riesz sulla dimensione. Spazi di Baire. Teorema di uniforme limitatezza. Teorema di Banach-Steinhaus. Teorema dell’applicazione aperta e applicazioni. Teorema del grafico chiuso e applicazioni. Teorema di Hahn-Banach e applicazioni. Spazi di Hilbert. Proiettori ortogonali. Teorema di rappresentazione di Riesz. Forme sesquilineari. Teorema di Lax-Milgram.</td></tr>
</table>

2. Operatori lineari tra spazi normati

Operatori lineari limitati tra spazi normati e loro coniugati. Operatori di rango finito, operatori approssimabili, operatori compatti. Operatori di Fredholm e loro indice. Teorema fondamentale sugli operatori compatti. Alternativa di Fredholm. Elementi di teoria spettrale degli operatori. Proprietà dello spettro di un operatore compatto. Teorema di rappresentazione di Neumann. Esistenza di valori spettrali. Operatori lineari chiusi. Norma del grafico. Operatori chiudibili e loro chiusura. Proprietà spettrali degli operatori chiusi. Operatore risolvente e sue proprietà.

3. Operatori lineari tra spazi di Hilbert

Operatori lineari limitati tra spazi di Hilbert e loro aggiunti. Operatori skew-aggiunti e autoaggiunti. Teoremi di rappresentazione. Operatori positivi. Operatori normali. Teoremi di rappresentazione spettrale. Operatori lineari chiusi. Operatori aggiunti di operatori lineari chiusi e relative proprietà.

4. Semigruppi di operatori su spazi di Banach

Semigruppi e gruppi di operatori fortemente continui su uno spazio di Banach. Esempi fondamentali. Disuguaglianza esponenziale ed estremo di crescenza di un semigruppo. Generatore di un semigruppo fortemente continuo e relative proprietà. Esempi fondamentali. Problema di Cauchy astratto e semigruppi di operatori. Teorema di Hille-Yosida. Operatori dissipativi ed m-dissipativi. Teorema di Lumer-Phillips ed applicazioni. Equazione del calore in $L^2(0,1)$. Perturbazioni di generatori. Regolarità dei semigruppi di operatori.

Metodi di insegnamento:
Lezioni ed esercitazioni in aula

Supporti alla didattica:

Controllo dell'apprendimento e modalità d'esame:
Prova orale

Testi di riferimento principali:

[B1] H. BREZIS, Analyse fonctionnelle, Theorie et applications, 2e tirage, Masson 1987.

[B2] H. BREZIS, Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations, Springer, 2011.

[EN] K.J. ENGEL - R. NAGEL, One-parameter Semigroups for Linear Evolution Equations, Graduate Texts in Mathematics 194, Springer, 2000.

[G] J.A. GOLDSTEIN, Semigroups of Operators and Applications, Second Edition, Dover Publications, Inc. New York 2017.

[L] P.D. LAX, Functional Analysis, Wiley Interscience, 2002.

For the topics in 1.-3. we will refer to [B1], [B2] and [L]. For the topics in 4. we will refer to [EN] and [G].