

<b>Insegnamento di:</b> Teoria dei punti critici		
<b>Classe di laurea:</b> LM - 40	<b>Corso di Laurea in:</b> Matematica	<b>Anno accademico:</b> 2018/2019
<b>Denominazione inglese insegnamento:</b> Critical Points Theory	<b>Tipo di insegnamento:</b> A scelta	<b>Anno:</b> 2
<b>Tipo attività formativa:</b> Attività a scelta	<b>Ambito disciplinare:</b>	<b>Settore scientifico-disciplinare:</b> MAT/05  <b>CFU totali:</b> 7 di cui CFU lezioni: 6,5 CFU ese/lab/tutor: 0,5

#### **Modalità di erogazione, ore di didattica assistita ed ore dedicate allo studio individuale**

ore di lezione: 52 ore di esercitazione/laboratorio/tutorato: 8

totale ore didattica assistita: 60

totale ore di studio individuale: 115

<b>Lingua di erogazione:</b> Italiano	<b>Obbligo di frequenza:</b> no		
<b>Docente:</b> Addolorata Salvatore	<b>Tel:</b> +39 0805442705 <b>e-mail:</b> addolorata.salvatore@uniba.it	<b>Ricevimento studenti:</b> Dip. Matematica piano IV, stanza 10	<b>Giorni e ore ricevimento:</b> Martedì 11-13. In altri giorni e orari su appuntamento.

#### **Conoscenze preliminari:**

Le conoscenze che in genere vengono acquisite nei primi tre anni di una laurea della classe L-35. In particolare: analisi matematica classica in una e più variabili, topologia generale, algebra lineare, teoria elementare degli spazi di Hilbert e degli spazi  $L^p$ .

#### **Obiettivi formativi:**

Acquisizione di conoscenze di metodi variazionali e topologici nello studio di problemi non lineari, con particolare riferimento a grado topologico e teorie dell'indice. Applicazioni allo studio di alcuni problemi ellittici semilineari.

<b>Risultati di apprendimento previsti</b>	<p><b>Conoscenza e capacità di comprensione:</b> Acquisizione di strumenti e di tecniche avanzate nello studio di problemi di tipo variazionale.</p> <p><b>Conoscenza e capacità di comprensione applicate:</b> Le conoscenze teoriche si utilizzano nello studio di diversi problemi non lineari con struttura variazionale.</p> <p><b>Autonomia di giudizio:</b> Capacità di applicare gli strumenti matematici a disposizione per studiare problemi non lineari provenienti anche dalle scienze applicate.</p> <p><b>Abilità comunicative:</b> Acquisizione del linguaggio e del formalismo matematico avanzato, necessario per la consultazione e comprensione dei testi, l'esposizione delle conoscenze acquisite, la descrizione, l'analisi e la risoluzione dei problemi.</p> <p><b>Capacità di apprendere:</b> Acquisizione di un metodo di studio adeguato, ottenuto anche grazie alla consultazione dei testi e alla risoluzione di problemi proposti durante il corso.</p>
--	---

#### **Programma del corso**

**Grado topologico e applicazioni:** Grado topologico per funzioni continue in dimensione finita: definizione assiomatica e proprietà. Costruzione del grado topologico. Teorema di punto fisso di Brower. Teorema della retrazione. Teorema di Borsuk. Definizione di insiemi che linkano. Linking del passo montano, del passo montano multidimensionale e della sella. Cenni sul grado topologico in dimensione infinita. Teorema di punto fisso di Schauder. Teorema della retrazione. Ulteriori teoremi di punto fisso.

**Teoria dell'indice:** Teoria dell'indice in spazi topologici: definizione assiomatica. La categoria di Lusternik-Schnirelmann: definizione, esempi e proprietà. Il genus di Krasnoselski: definizione, esempi e proprietà. Legame tra genus e categoria di un insieme. Indice legato all'azione di un gruppo di trasformazioni unitarie. Indice legato

all'azione del gruppo  $S^1$ .

**Teoremi astratti di esistenza di punti critici e applicazioni:** Richiami sulla condizione di Palais-Smale e lemma di deformazione. Teorema di linking ed applicazioni allo studio di alcuni problemi ellittici a crescita sia sottolineare che sopralineare. Teorema di linking per funzionali fortemente indefiniti. Applicazione allo studio di un sistema hamiltoniano del primo ordine.

**Teoremi astratti di molteplicità di punti critici e applicazioni:** Lemma di deformazione per funzionali compatibili con una teoria dell'indice. Teoremi di molteplicità di punti critici per funzionali limitati inferiormente e compatibili con una teoria dell'indice. Teoremi con la categoria e applicazioni. Studio di un problema agli autovalori non lineare. Teoremi di molteplicità di punti critici per funzionali pari limitati inferiormente ed applicazioni allo studio di equazioni ellittiche in presenza di simmetria. Teorema del passo montano simmetrico e del passo montano multidimensionale simmetrico. Teoria dello pseudoindice e teorema di molteplicità di punti critici per funzionali pari non limitati inferiormente. Applicazioni a problemi ellittici sopralineari o asintoticamente lineari. Teorema di molteplicità per funzionali  $S^1$ -invarianti fortemente indefiniti. Applicazione allo studio di un sistema hamiltoniano del primo ordine.

**Metodi di insegnamento:**

Lezioni ed esercitazioni in aula.

**Supporti alla didattica:**

**Controllo dell'apprendimento e modalità d'esame:**

Prova orale

**Testi di riferimento principali:**

P.H. Rabinowitz, *Minimax methods in critical point theory with applications to differential equations*, CBMS Regional conference Series in Applied Mathematics, 65 (1986).

J.T. Scharwtz, *Nonlinear Functional Analysis*, Gordon & Breach, New York (1969).

M. Struwe, *Variational methods*, 3<sup>rd</sup> edition, Springer- Berlin (2000).