Insegnamento di: Istituzioni di Analisi Superiore 2

Classe di laurea:	**Corso di Laurea in:**	**Anno accademico:**
LM–40 – Matematica	Matematica	2018/2019

Denominazione inglese insegnamento:	**Tipo di insegnamento:**	**Anno:**	**Semestre:**
Elements of Advanced Analysis 2	Obbligatorio	1	2

Tipo attività formativa:	**Ambito disciplinare:**	**Settore scientifico–disciplinare:**	**CFU totali:** 7
b – Attività caratterizzante	Formazione Teorica di base	MAT/05	di cui CFU lezioni: 6 CFU ese/lab/tutor: 1

Modalità di erogazione, ore di didattica assistita ed ore dedicate allo studio individuale
ore di lezione: 48 ore di esercitazione/laboratorio/tutorato: 24
totale ore didattica assistita: 72
totale ore di studio individuale: 103

Lingua di erogazione:	**Obbligo di frequenza:**	
Italiano	no	

Docente:	**Tel:** +39 080 5442655	**Ricevimento studenti:**	**Giorni e ore ricevimento:**
Enrico Jannelli collabora: Marcello D'Abbicco	**e–mail:** enrico.jannelli@uniba.it	Dip. Matematica Stanza 6, II piano	Martedì 11–13. In altri giorni e orari previo appuntamento.

Conoscenze preliminari:
Le conoscenze che in genere vengono acquisite in una laurea di I livello della classe L–35. In particolare: analisi matematica classica in una e più variabili, topologia generale, algebra lineare, teoria della misura e dell'integrazione di Lebesgue.

Obiettivi formativi:
Acquisizione di strumenti avanzati dell'analisi moderna, fra i quali: trasformata di Fourier, spazi di Banach, convergenza debole, distribuzioni, spazi di Sobolev.

Risultati di apprendimento previsti	**Conoscenza e capacità di comprensione:** Acquisizione di concetti fondamentali dell'analisi matematica più avanzata e dell'analisi funzionale. Acquisizione delle relative tecniche dimostrative. **Conoscenza e capacità di comprensione applicate:** Le conoscenze teoriche acquisite si utilizzano in vasta parte della matematica e delle sue applicazioni. **Autonomia di giudizio:** Capacità di valutare la coerenza del ragionamento logico utilizzato in una dimostrazione. Capacità di individuare i giusti strumenti matematici e le giuste tecniche per affrontare problemi matematica complessi. **Abilità comunicative:** Acquisizione del linguaggio e del formalismo matematico avanzato, necessario per la consultazione e comprensione dei testi, l'esposizione delle conoscenze acquisite, la descrizione, l'analisi e la risoluzione dei problemi. **Capacità di apprendere:** Acquisizione di un metodo di studio adeguato, supportato della consultazione dei testi e dalla risoluzione di esercizi e quesiti proposti periodicamente durante il corso.

Programma del corso

Analisi reale

1. Misure in spazi prodotto: i teoremi astratti di Halmos e Hahn Kolmogorov – la misura prodotto – il teorema di Fubini–Tonelli – il prodotto di convoluzione – il teorema di Young – il supporto della convoluzione – regolarità della convoluzione – le successioni approssimanti dell'unità – convergenza in L^p, puntuale e uniforme del prodotto con approssimanti dell'unità – la delta di Dirac come unità del prodotto di convoluzione – il lemma fondamentale del calcolo delle variazioni.

2. Trasformata di Fourier: definizione, prime proprietà della trasformata di Fourier – il teorema di inversione in L^1 –

calcolo della trasformata di Fourier di importanti nuclei di convoluzione – comportamento della trasformata rispetto alla derivazione – applicazioni alle equazioni differenziali ordinarie – lo spazio S – la trasformata di Fourier nello spazio S – trasformata di Fourier in L^2: il teorema di Plancherel – Teorema di Riesz Thorin (solo enunciato) – la trasformata di Fourier in L^p – equazione di Laplace nel semipiano – equazione del calore – equazione di Schrödinger – equazione delle onde.

Analisi funzionale

3. Teoria elementare degli spazi di Banach: definizione, equivalenza fra continuità e limitatezza per funzionali lineari – il teorema di Baire – il teorema di Banach–Steinhaus – il teorema dell'applicazione aperta – alcuni aspetti delle serie di Fourier in spazi diversi da L^2 – il teorema di Hahn–Banach.

4. La convergenza debole (I): spazio duale di uno spazio normato – spazio biduale – spazi riflessivi – relazioni fra separabilità di uno spazio e separabilità del suo duale – definizione di convergenza debole e di convergenza debole–* – proprietà elementari dei limiti deboli – insiemi debolmente limitati – teoremi di compattezza rispetto alla convergenza debole–* e alla convergenza debole.

5. La convergenza debole (II): semicontinuità della norma rispetto alla convergenza debole – cenni sugli spazi uniformemente convessi – convessità e convergenza debole – debole semicontinuità per funzionali convessi – un teorema di minimo per funzionali convessi – immersioni continue e compatte per gli spazi $H^s(T)$ e $H^s(T^N)$.

Distribuzioni e spazi di Sobolev

6. Introduzione alle distribuzioni: lo spazio $D(\Omega)$ – definizione e prime proprietà delle distribuzioni, ordine di una distribuzione – le funzioni L^1_{loc} come distribuzioni – operazioni sulle distribuzioni: somma, derivazione, moltiplicazione per funzioni test – supporto di una distribuzione – lo spazio $E(\Omega)$ – ordine di una distribuzione, ogni distribuzione è localmente di ordine finito – le distribuzioni a supporto compatto – convoluzione fra funzioni e distribuzioni – convoluzione fra distribuzioni – il concetto di soluzione fondamentale – soluzione fondamentale dell'operatore Δ – lo spazio S' delle distribuzioni temperate – le funzioni a crescenza lenta – trasformata di Fourier delle distribuzioni temperate – esempi di calcolo della trasformata di Fourier di distribuzioni temperate – trasformata di Fourier a simmetria radiale.

7. Spazi di Sobolev: definizione di $W^{m,p}(\Omega)$ e di $H^m(\Omega)$ – completezza degli spazi di Sobolev – definizione di $W_0^{m,p}(\Omega)$ e di $H_0^m(\Omega)$ – Teorema: $W^{m,p}(R^N)=W_0^{m,p}(R^N)$ – definizione di spazi $H^s(R^N)$, s>0 – teorema di immersione di $H^s(R^N)$ in $C^k(R^N)$ – la disuguaglianza di Poincaré – spazi di Sobolev su intervalli: immersione continua per le funzioni $W^{1,p}(I)$ in $L^\infty(I)$ – teorema di Ascoli Arzelà – immersione compatta di $W^{1,p}(I)$ in $C(I)$ – teoremi di immersione continua per gli spazi $W^{m,p}$ (solo enunciati) – cenni su operatori di prolungamento – teoremi di Rellich per spazi $W^{m,p}$ (solo enunciato) – necessità degli esponenti critici – lo spazio $W^{-m,p'}(\Omega)$ come duale di $W_0^{m,p}(\Omega)$ – alcuni esempi di problemi variazionali ambientati in spazi di Sobolev: problema per $-\Delta$ e $-\Delta + I$ con condizioni di Dirichlet e di Neumann – un problema nonlineare – gli autovalori del laplaciano – Identità di Pohozaev.

Metodi di insegnamento:
Lezioni ed esercitazioni in aula.

Supporti alla didattica:
Dispense disponibili alla pagina
http://www.dm.uniba.it/~jannelli/didattica/analisi3/analisi3.htm

Controllo dell'apprendimento e modalità d'esame:
Prova orale.

Testi di riferimento principali:

W. RUDIN, *Analisi reale e complessa,* Boringhieri
H. BREZIS, *Analisi funzionale,* Liguori
G. GILARDI , *Analisi 3,* Mc Graw-Hill
S. KESAVAN , *Functional Analysis and Applications,* J. Wiley & Sons
S. SALSA , *Equazioni a derivate parziali,* Springer–Verlag Italia

Si vedano, inoltre, le dispense del corso.