<table>
<tr><td colspan="6">Insegnamento di: Istituzioni di Analisi Superiore 1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Classe di laurea:
L–35 – Scienze Matematiche</td><td colspan="2">Corso di Laurea in:
Matematica</td><td colspan="2">Anno accademico:
2019/2020</td></tr>
<tr><td colspan="2">Denominazione inglese insegnamento:
Elements of Advanced Analysis 1</td><td colspan="2">Tipo di insegnamento:
Obbligatorio</td><td>Anno:
3</td><td>Semestre:
1</td></tr>
<tr><td>Tipo attività formativa:
b – Attività caratterizzante</td><td>Ambito disciplinare:
Formazione Teorica</td><td colspan="2">Settore scientifico–disciplinare:
MAT/05</td><td colspan="2">CFU totali: 7
di cui
CFU lezioni: 6
CFU ese/lab/tutor: 1</td></tr>
<tr><td colspan="6">Modalità di erogazione, ore di didattica assistita ed ore dedicate allo studio individuale
ore di lezione: 48 ore di esercitazione/laboratorio/tutorato: 24
totale ore didattica assistita: 72
totale ore di studio individuale: 103</td></tr>
<tr><td>Lingua di erogazione:
Italiano</td><td>Obbligo di frequenza:
no</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>Docente:
Lorenzo D’Ambrosio</td><td>Tel: +39 080 5442692
e–mail:
lorenzo.dambrosio@uniba.it</td><td>Ricevimento studenti:
Dip. Matematica
Stanza 16, III piano</td><td colspan="3">Giorni e ore ricevimento:
Martedì 11–13. In altri giorni e orari previo appuntamento.</td></tr>
<tr><td colspan="6">Conoscenze preliminari:
Le conoscenze che in genere vengono acquisite nei primi due anni di una laurea della classe L–35. In particolare: analisi matematica classica in una e più variabili, topologia generale, algebra lineare.</td></tr>
<tr><td colspan="6">Obiettivi formativi:
Acquisizione degli strumenti di base dell’analisi moderna, con particolare riferimento alla teoria della misura, alla teoria elementare degli spazi di Hilbert e degli spazi L^p e agli elementi di base dell’analisi delle funzioni di una variabile complessa.</td></tr>
<tr><td>Risultati di apprendimento previsti</td><td colspan="5">Conoscenza e capacità di comprensione:
Acquisizione di concetti fondamentali dell’analisi moderna e dell’analisi complessa elementare. Acquisizione delle relative tecniche dimostrative.

Conoscenza e capacità di comprensione applicate:
Le conoscenze teoriche acquisite si utilizzano in vasta parte della matematica e delle sue applicazioni.

Autonomia di giudizio:
Capacità di valutare la coerenza del ragionamento logico utilizzato in una dimostrazione. Capacità di individuare i giusti strumenti matematici e le giuste tecniche per affrontare problemi matematica complessi.

Abilità comunicative:
Acquisizione del linguaggio e del formalismo matematico avanzato, necessario per la consultazione e comprensione dei testi, l’esposizione delle conoscenze acquisite, la descrizione, l’analisi e la risoluzione dei problemi.

Capacità di apprendere:
Acquisizione di un metodo di studio adeguato, supportato della consultazione dei testi e dalla risoluzione di esercizi e quesiti proposti periodicamente durante il corso.</td></tr>
</table>

Programma del corso

1. Teoria della misura e dell'integrazione astratta: σ–algebre, insiemi misurabili, funzioni misurabili – proprietà elementari della misura – integrazione di funzioni positive e di funzioni a valori complessi – proprietà di convergenza per successioni di integrali: teoremi di Beppo Levi, di Fatou, di Lebesgue – serie di integrali – completamento di una misura – teorema di Severini–Egoroff – teorema di passaggio al limite di Vitali.

2. Misura di Lebesgue in R^N: pluriintervalli, misura esterna di Lebesgue, misura interna di Lebesgue – insiemi misurabili secondo Lebesgue – esistenza di insiemi non misurabili secondo Lebesgue in R^N – misure boreliane invarianti per traslazione – misura di Lebesgue e applicazioni lineari: l'interpretazione geometrica del determinante di una matrice.

3. Gli spazi L^p: disuguaglianze di Jensen, di Hölder e di Minkowsky – completezza degli spazi $L^p(\mu)$ – proprietà di continuità delle funzioni misurabili in R^N: il teorema di Lusin – proprietà di densità negli spazi $L^p(R^N)$ delle funzioni continue a supporto compatto – $C_0(R^N)$ come completamento in norma uniforme di $C_c(R^N)$.

4. Teoria elementare degli spazi di Hilbert: definizione, disuguaglianza di Schwarz, disuguaglianza triangolare – teorema di minima norma per convessi chiusi – teorema dei proiettori ortogonali – teorema di rappresentazione di Riesz dei funzionali su uno spazio di Hilbert – problema della migliore approssimazione – insiemi ortonormali, caratterizzazione degli insiemi ortonormali massimali, esistenza di insiemi ortonormali massimali – identità di Bessel, identità di Parseval, isomorfismo tra H e $l^2(A)$ – lo spazio $L^2(T)$ e le serie di Fourier – gli spazi $H^s(T)$ e $H^s(T^N)$ e relativi teoremi di immersione in C(T) e $C(T^N)$ – Applicazioni alle equazioni differenziali e disuguaglianza isoperimetrica nel piano.

Analisi complessa

5. Introduzione alla teoria delle funzioni olomorfe: derivabilità in senso complesso: proprietà, interpretazione geometrica – olomorfia e differenziabilità – equazioni di Cauchy–Riemann e corollari – alcune funzioni elementari: funzione esponenziale, funzioni trigonometriche, funzioni polidrome e loro selezioni, funzione logaritmo, funzione potenza – curve, cammini e circuiti – richiami sulle forme differenziali – omotopia – semplice connessione – relazioni tra chiusura ed esattezza di una forma differenziale – integrazione di funzionmi complesse su cammini – primitive di funzioni complesse – forme differenziali associate a una funzione olomorfa – caratterizzazione dell'esistenza di primitive – serie di potenze complesse: raggio di convergenza, convergenza uniforme, teorema di Cauchy–Hadamard – test di Abel–Dirichlet – teorema di Abel – prodotto alla Cauchy – funzioni analitiche – analiticità dell'integrale di Cauchy.

6. Teorema di Cauchy e analiticità delle funzioni olomorfe: teorema dell'indice di avvolgimento - teorema di Goursat – esistenza di primitive locali – formula integrale di Cauchy – analiticità delle funzioni olomorfe – teorema di Morera – formula di Cauchy per le derivate – stime di Cauchy per le derivate – teorema fondamentale dell'algebra – teorema di Liouville per funzioni olomorfe limitate e sue generalizzazioni – teorema di Morera–Weierstrass – applicazioni al calcolo di integrali.

7. Teorema degli zeri e funzioni armoniche: teorema degli zeri di una funzione olomorfa e corollari – unicità del prolungamento analitico – caratterizzazione dell'analiticità di funzioni di variabile reale – funzioni olomorfe e funzioni armoniche – proprietà del valor medio – formula di Pizzetti – caratterizzazione delle funzioni sub–armoniche e super–armoniche attraverso il loro valor medio – teorema di Liouville per funzioni positive e sue estensioni – principio di massimo per funzioni sub–armoniche – teorema della media per funzioni olomorfe – principio del massimo modulo, principio del minimo modulo.

8. Teorema dei residui e applicazioni: singolarità isolate – serie di Laurent – teorema sulla sviluppabilità in serie di Laurent – classificazione delle singolarità isolate e loro caratterizzazioni – il teorema di Picard (enunciato) – definizione di residuo – calcolo del residuo in un polo – teorema dei residui – teorema di Cauchy (caso generale) – lemma di Jordan – funzioni meromorfe – teorema dell'indice logaritmico – teorema di Rouché e corollari – teorema dell'applicazione aperta – teorema dell'invertibilità locale – applicazioni al calcolo di integrali, serie ed equazioni alle differenze

Metodi di insegnamento:
Lezioni ed esercitazioni in aula.

Supporti alla didattica:
Dispense disponibili alla pagina
Istituzioni di Analisi Superiore
https://lorenzodambrosio.altervista.org/blog/didattica/istituzioni-analisi-superiore/

Controllo dell'apprendimento e modalità d'esame:
Prova orale.

Testi di riferimento principali:

Per tutto il programma: W. RUDIN, *Real and Complex Analysis,* McGraw–Hill Book Company

Per la sola costruzione della misura di Lebesgue in R^N: N. FUSCO, P. MARCELLINI & C. SBORDONE, *Analisi Matematica due,* Liguori

Per l'analisi complessa è inoltre utile consultare

G. GILARDI, *Analisi 3,* Ed. Mc Graw–Hill; S. LANG, *Complex Analysis*, Springer–Verlag

Si vedano, inoltre, le dispense del corso.