

sottovarietà di una varietà Riemanniana. Esempi: la metrifica canonica su \mathbf{R}^n e la metrifica indotta su $\mathbf{S}^n(r)$. Struttura Riemanniana sullo spazio iperbolico \mathbf{H}^n_r . Prodotto scalare tra tensori di specie (r,s). Gradiente di una funzione. Traccia di un campo tensoriale di specie (1,1). La connessione di Levi-Civita e i simboli di Christoffel. Calcolo dei simboli di Christoffel su \mathbf{R}^n , $\mathbf{S}^n(r)$, \mathbf{H}^n_r . Trasporto parallelo su una varietà Riemanniana, come isometria. Isometrie tra varietà Riemanniane. Trasporto parallelo tra varietà isometriche. La distanza indotta da una metrifica Riemanniana. Varietà complete e geodeticamente complete. Esempi. Metriche Riemanniane conformi e omotetiche, relazioni tra le corrispondenti connessioni di Levi-Civita.

Curvatura Riemanniana.

Campo tensoriale di curvatura Riemanniana e relative proprietà. Curvature sezionali. Varietà con curvatura sezonale puntualemente costante: definizione e caratterizzazione. Elicoide, come esempio di varietà a curvatura non costante. Lemma di Schür. Definizione ed esempi di space-forms. Classificazione degli space-forms. La sfera $\mathbf{S}^n(1)$ come rivestimento Riemanniano di $P_n(\mathbf{R})$. Classificazione delle varietà di dimensione pari con curvatura costante e positiva. Campo tensoriale di Ricci e curvatura scalare. Varietà Riemanniane di Einstein: definizione ed esempi. Varietà di Einstein di dimensione tre. Curvatura scalare di una varietà di Einstein.

Sottovarietà di una varietà Riemanniana.

Definizione di sottovarietà di una varietà Riemanniana. Campi vettoriali tangentì. Il fibrato normale e le sue sezioni. Esempio: il campo vettoriale normale alla sfera $\mathbf{S}^n(r)$. Equazione di Gauss. Seconda forma fondamentale. Equazione di Weingarten. La connessione normale. Operatori di Weingarten e legame con la seconda forma fondamentale. Campo tensoriale di curvatura media. Sottovarietà totalmente geodetiche, totalmente ombelicali e minimali. Caratterizzazione delle sottovarietà totalmente geodetiche. Curvature principali in un punto. Equazioni di Gauss e di Weingarten per ipersuperficie di \mathbf{R}^{n+1} . Esempi di ipersuperficie. Equazioni di Gauss, Codazzi e Ricci per la curvatura. Alcune proprietà delle sottovarietà di uno spazio a curvatura costante deducibili dalle suddette equazioni. Calcolo delle curvature principali di una superficie di \mathbf{R}^3 .

Metodi di insegnamento: Lezioni ed esercitazioni frontali

Supporti alla didattica:

Controllo dell'apprendimento e modalità d'esame:

Prova orale

Testi di riferimento principali:

M. Abate, F. Tovena: Geometria Differenziale, Springer.

T. Aubin: A course in Differential Geometry, American Math. Soc.

B. Y. Chen: Geometry of submanifolds, Marcel Dekker

W. Klingenberg: Riemannian Geometry, Walter de Gruyter

S. Kobayashi, K. Nomizu: Foundations of Differential Geometry, I, II, Interscience Publishers

G. Walschap: Metric structures in Differential Geometry, Springer.