



singolari, punti non singolari, retta tangente. Parametro locale in un punto di una curva . Punto di flesso. Curve proiettive. Curva Hessiana di una curva. Applicazioni birazionali tra curve proiettive non singolari. Retta di Pascal. Risultante tra due polinomi omogenei. Teorema di Bezout. Relazione tra una curva e la sua Hessiana. Sistemi lineari di curve piane.

### Preliminari algebrici

L'anello dei polinomi in più indeterminate e ideali. Forme e applicazioni omogenee. Formula di Eulero. Caratterizzazione degli anelli Noetheriani. Anelli Artiniani. Ideali omogenei e loro proprietà.

### Varietà algebriche

Varietà algebriche affini. Relazioni tra varietà algebriche affini e ideali. Ideale di una varietà. Topologia di Zariski nello spazio affine e su una varietà algebrica. Spettro di un anello. Ipersuperfici affini. Classificazione delle varietà affini nel piano. Numero finito di punti singolari di una curva.

Omogeneizzazione e deomogeneizzazione di polinomi.

Varietà algebriche proiettive. Relazioni tra varietà algebriche proiettive ed ideali .Topologia di Zariski nello spazio proiettivo. Ipersuperfici. Radicale di un ideale. Ideali radicali. La chiusura proiettiva di una varietà affine. Cono affine di una varietà proiettiva.

### Basi di Groebner e Nullstellensatz

Ordini monomiale, Ideali monomiali e basi minimali. Basi di Groebner. Teorema della base di Hilbert e alcune applicazioni alle basi di Groebner. Nullstellensatz debole. Nullstellensatz di Hilbert. Nullstellensatz forte. Altre versioni del Nullstellensatz. Nullstellensatz di Hilbert (proiettivo). Ideali radicali e varietà algebriche. Spazi topologici Noetheriani. Varietà algebriche riducibili , varietà irriducibili e ideali primi. Numero finito delle componenti irriducibili di una varietà algebrica. Decomposizione minimale di una varietà.

### Teoremi di Eliminazione e di Estensione

Ideale di eliminazione di un ideale. Teorema di Eliminazione. Proiezione di una varietà. Teorema di Estensione geometrico. Matrice di Sylvester. Teorema di Estensione per due polinomi. Risultanti generalizzati .

### Funzioni su una varietà

Funzioni regolari. Anello delle coordinate. Morfismi regolari. Isomorfismi tra varietà algebriche affini. Campo delle funzioni razionali su una varietà. Polo di una funzione razionale, anello locale di una varietà in un punto e relazioni con l'anello delle coordinate. Morfismi razionali tra varietà e loro proprietà. Equivalenza birazionale. Varietà razionale.

### Dimensione di una varietà

**Metodi di insegnamento:**

Lezioni ed esercitazioni

**Supporti alla didattica:****Controllo dell'apprendimento e modalità d'esame:**

Prova orale

**Testi di riferimento principali:**

W. FULTON, Algebraic Curves, The Benjamin-Cummings, Publ. Comp., Menlo Park, 1969. D. COX Ideals, varieties and algorithms. Springer 1990

D. MUMFORD, Algebraic Geometry I, Complex Projective Varieties, Springer Verlag, Berlin 1976

M. NAMBA, Geometry of Projective Algebraic Curves, Marcel Dekker, Inc., New York, 1984.

I.R. SHAFAREVICH, Basic Algebraic Geometry 1: Varieties in Projective Space, Springer-Verlag 1994.

O. ZARISKI-P. SAMUEL, Commutative Algebra I e II, Springer Verlag, Berlin, 1958.