

Teorema dell'applicazione aperta e applicazioni. Teorema del grafico chiuso e applicazioni. Teorema di Hahn-Banach e applicazioni. Spazi di Hilbert. Proiettori ortogonali. Teorema di rappresentazione di Riesz. Forme sesquilineari. Teorema di Lax-Milgram.

2. Operatori lineari tra spazi normati

Operatori lineari limitati tra spazi normati e loro coniugati. Operatori di rango finito, operatori approssimabili, operatori compatti. Operatori di Fredholm e loro indice. Teorema fondamentale sugli operatori compatti. Alternativa di Fredholm. Elementi di teoria spettrale degli operatori. Proprietà dello spettro di un operatore compatto. Teorema di rappresentazione di Neumann. Esistenza di valori spettrali. Operatori lineari chiusi. Norma del grafico. Operatori chiudibili e loro chiusura. Proprietà spettrali degli operatori chiusi. Operatore risolvente e sue proprietà.

3. Operatori lineari tra spazi di Hilbert

Operatori lineari limitati tra spazi di Hilbert e loro aggiunti. Operatori skew-aggiunti e autoaggiunti. Teoremi di rappresentazione. Operatori positivi. Operatori normali. Teoremi di rappresentazione spettrale. Operatori lineari chiusi. Operatori aggiunti di operatori lineari chiusi e relative proprietà.

4. Semigruppdi operatori su spazi di Banach

Semigruppdi e gruppi di operatori fortemente continui su uno spazio di Banach. Esempi fondamentali. Disuguaglianza esponenziale ed estremo di crescita di un semigruppdi fortemente continuo e relative proprietà. Esempi fondamentali. Problema di Cauchy astratto e semigruppdi di operatori. Teorema di Hille-Yosida. Operatori dissipativi ed m-dissipativi. Teorema di Lumer-Phillips ed applicazioni. Equazione del calore in $L^2(0,1)$. Perturbazioni di generatori. Regolarità dei semigruppdi di operatori.

Metodi di insegnamento:

Lezioni ed esercitazioni in aula

Supporti alla didattica:

Controllo dell'apprendimento e modalità d'esame:

Prova orale

Testi di riferimento principali:

[B1] H. BREZIS, Analyse fonctionnelle, Theorie et applications, 2^e tirage, Masson 1987.

[B2] H. BREZIS, Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations, Springer, 2011.

[EN] K.J. ENGEL - R. NAGEL, One-parameter Semigroups for Linear Evolution Equations, Graduate Texts in Mathematics 194, Springer, 2000.

[G] J.A. GOLDSTEIN, Semigroups of Operators and Applications, Second Edition, Dover Publications, Inc. New York 2017.

[L] P.D. LAX, Functional Analysis, Wiley Interscience, 2002.

Per gli argomenti in 1.- 3. si farà riferimento a [B1], [B2] e [L], per gli argomenti in 4. si farà riferimento a [EN], [G]