<table>
<tr><td colspan="6">Insegnamento di: ALGEBRA N.3</td></tr>
<tr><td colspan="3">Classe di laurea:
LM-40 - Matematica</td><td>Corso di Laurea in:
Matematica (Magistrale)</td><td colspan="2">Anno accademico:
2018/2019</td></tr>
<tr><td colspan="3">Denominazione inglese insegnamento:
Algebra 3</td><td>Tipo di insegnamento:
Obbligatorio</td><td>Anno:
2</td><td>Semestre:
2</td></tr>
<tr><td>Tipo attività formativa:
b – Attività caratterizzante</td><td colspan="2">Ambito disciplinare:
Formazione teorica di base</td><td>Settore scientifico-disciplinare:
MAT/02</td><td colspan="2">CFU totali: 7
di cui
CFU lezioni: 6,5
CFU ese/lab/tutor: 0,5</td></tr>
<tr><td colspan="6">Modalità di erogazione, ore di didattica assistita ed ore dedicate allo studio individuale
ore di lezione: 52 ore di esercitazione/laboratorio/tutorato: 8
totale ore didattica assistita: 60
totale ore di studio individuale: 100</td></tr>
<tr><td>Lingua di erogazione:
Italiano</td><td colspan="2">Obbligo di frequenza:
no</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>Docente:
Margherita Barile</td><td colspan="2">Tel: +39 080 5442204
e-mail:
margherita.barile@uniba.it</td><td>Ricevimento studenti:
Dip. Matematica
piano II, stanza 23</td><td colspan="2">Giorni e ore ricevimento:
Su appuntamento</td></tr>
<tr><td colspan="6">Conoscenze preliminari:
Concetti fondamentali riguardanti gruppi finiti, anelli commutativi, estensioni di campo, polinomi.</td></tr>
<tr><td colspan="6">Obiettivi formativi:
Comprensione delle origini storiche, delle motivazioni teoriche e delle applicazioni pratiche dell'algebra astratta.</td></tr>
<tr><td>Risultati di apprendimento previsti</td><td colspan="5">Conoscenza e capacità di comprensione:
Riconoscere l'algebra astratta come un impianto concettuale unitario.

Conoscenza e capacità di comprensione applicate:
Applicare le strutture algebriche alla risoluzione di problemi.

Autonomia di giudizio:
Valutare l'utilità pratica dell'algebra astratta come strumento operativo.

Abilità comunicative:
Acquisire concisione nell'esposizione di argomenti complessi.

Capacità di apprendere:
Esaminare i concetti algebrici in una prospettiva storica.</td></tr>
</table>

Programma del corso

Complementi sui gruppi

Sottogruppo generato da un sottoinsieme: definizione, caratterizzazione, caso dei gruppi simmetrici ed alterni. Secondo e terzo teorema di isomorfismo per gruppi. Gruppi risolubili: definizione, gruppi derivati, caratterizzazione mediante le catene normali, risolubilità di sottogruppi e gruppi quozienti, caso dei gruppi simmetrici, teorema di Galois-Jordan*, risolubilità dei *p*-gruppi, teoremi di Burnside* e di Feit-Thompson.

Complementi su polinomi e campi

Unicità del campo di spezzamento, teoremi di estensione degli isomorfismi di campo: forma debole, forma forte*. Polinomi separabili, estensioni separabili, campi perfetti. Teorema dell'elemento primitivo. Immersioni di un'estensione separabile in una chiusura algebrica. Lemma di Dedekind. Estensioni algebriche semplici e finitezza dei campi intermedi. Teorema di Lüroth*. Polinomi simmetrici e polinomi simmetrici elementari, polinomi simmetrizzati per somma e per prodotto, funzioni razionali simmetriche, formule di Viète. Risultante di due polinomi: espressioni mediante la matrice di Sylvester e mediante le radici*. Discriminante di un polinomio: definizione tramite il risultante, calcolo mediante la matrice di Vandermonde, relazione con la molteplicità delle radici (caso particolare dei polinomi reali quadratici e cubici). Polinomi ciclotomici: definizione, formula ricorsiva, irriducibilità*, polinomi ciclotomici di ordine primo, applicazione alla dimostrazione del teorema di Wedderburn sui corpi finiti*.

Teoria di Galois

Gruppo di Galois di un'estensione, campo fisso di un gruppo di automorfismi di campo. Estensioni normali e galoisiane: definizioni e caratterizzazioni. Teorema Fondamentale della Teoria di Galois, e sua applicazione al

Teorema Fondamentale dell'Algebra*. Gruppo di Galois del composto di un'estensione galoisiana e di un'estensione algebrica*. Gruppo di Galois di un polinomio, suo studio per i polinomi di grado 2,3,4*, per i polinomi ciclotomici, per le equazioni binomie e l'equazione generale di grado *n*. Formule risolutive delle equazioni algebriche di grado 2, 3, 4, risolvente cubica di Ferrari e sua variante*. Estensioni radicali: definizione e caratterizzazione*. Criterio di risolubilità per radicali. Segmenti costruibili con riga e compasso e numeri reali costruibili. Trascendenza di _* secondo il teorema di Lindemann. Costruzioni impossibili. Numeri complessi costruibili: definizione e caratterizzazione*. Criterio di Gauss per la costruibilità di un poligono regolare.

Teoria algebrica dei numeri

Generalità sui moduli sugli anelli commutativi unitari: definizione, sottomodulo generato da un sottoinsieme, moduli finitamente generati, moduli liberi e non liberi, rango di un modulo libero, moduli liberi su **Z** e loro sottomoduli*, omomorfismi di moduli, moduli quoziente. Anelli e moduli noetheriani: definizioni equivalenti, teorema della base di Hilbert*, quozienti, sottomoduli e somme dirette finite di moduli noetheriani, moduli noetheriani su un anello noetheriano. Dimostrazione che ogni ideale di un anello commutativo unitario è contenuto in un ideale massimale*.
Elementi interi ed estensioni intere: definizione, caratterizzazione, interi algebrici (caratterizzazione, relazione con i numeri algebrici), criterio sufficiente per le estensioni intere, transitività delle estensioni intere, chiusure intere (dimostrazione di Milne che la chiusura intera è un anello*) , anelli integralmente chiusi, il caso di **Z** (e, più in generale, di un UFD). L'anello degli interi *DK* di un campo numerico *K*: teorema di caratterizzazione nel caso di un campo quadratico, *DK* come dominio di Dedekind. Relazione tra PID e UFD: caso generale e caso dei domini di Dedekind. Ideali frazionari. Relazione di divisibilità tra ideali. Fattorizzazione e gruppo moltiplicativo degli ideali non nulli di un dominio di Dedekind: criterio di fattorizzazione di Kummer*, numeri interi che sono primi in *DK*. Norma, traccia e caratteristica di un elemento in un'estensione finita di campi. Norma di un ideale di *D* : definizione, confronto con le norme dei suoi elementi, proprietà moltiplicativa*. Gruppo delle classi di ideali: due definizioni equivalenti, relazione con la proprietà di PID, numero delle classi di ideali ed applicazioni alla risolubilità di equazioni diofantee. Caratterizzazione dei PID mediante la norma di Hasse-Dedekind. Criterio necessario per i domini euclidei. Esempio di un PID che non è un dominio euclideo. Residui quadratici modulo un primo: definizione, criterio di Eulero, Lemma di Gauss, legge di reciprocità quadratica.

Metodi di insegnamento:

Lezioni ed esercitazioni in aula.

Supporti alla didattica:

Sono disponibili in rete le dispense complete del corso:

http://www.dm.uniba.it/~barile/Rete2/indice_dispense.htm

Controllo dell'apprendimento e modalità d'esame:

Prova orale.

Testi di riferimento principali:

[A] R. B. Ash, *A Course in Algebraic Number Theory*,
https://faculty.math.illinois.edu/~r-ash/ANT.html
[A2] R. B. Ash, *Abstract Algebra*, *The Basic Graduate Year*
https://faculty.math.illinois.edu/~r-ash/Algebra.html
[AM] M. F. Atiyah, I.G. Macdonald, *Introduzione all'algebra commutativa*, trad. di P. Maroscia, Feltrinelli, Milano, 1981.
[B] M. Baker, *Algebraic Number Theory,*
http://people.math.gatech.edu/~mbaker/pdf/ANTBook.pdf
[CM] A. Caranti, S. Mattarei, *Introduzione alla Teoria di Galois*,
http://www.science.unitn.it/~caranti/Didattica/Galois/2005-06/Note/Galois.pdf
[DF] D. S. Dummit, R. M. Foote, *Abstract Algebra,* Wiley, New York, 1999.
[FdG] S. Franciosi, F. de Giovanni, *Elementi di Algebra,* Aracne, Roma, 1992.
[Gr] J. Greene, "Principal Ideal Domains are almost Euclidean", *American Mathematical Monthly,* **104** (1997), pagg. 154-156.
[G] P. Grillet, *Algebra*, John Wiley & Sons, New York, 1999.
[Ha] H. Hasse, "Über eindeutige Zerlegung in Primelemente oder in Primhauptideale in Integritätsbereichen", *Journal für die Reine und Angewandte Mathematik,* **159** (1928), pagg. 3-12.
[H] I. N. Herstein, *Algebra*, Editori Riuniti, Roma, 1994.
[I] I. M. Isaacs, *Algebra. A Graduate Course,* Brooks/Cole, Pacific Grove, 1994.
[Mi] J. S. Milne, *Algebraic Number Theory,*
http://www.jmilne.org/math/CourseNotes/ANT.pdf

[Mo] P. Morandi, *Field and Galois Theory,* Springer, New York, 1996.
[PC] G. M. Piacentini Cattaneo, *Algebra: un approccio algoritmico*, Decibel-Zanichelli, Bologna, 2001.
[Ri] P. Ribenboim, *13 Lectures on Fermat's Last Theorem,* Springer, New York, 1979.
[Ro] J. Rotman, *Galois Theory,* Springer, New York, 1990