

Insegnamento di: Analisi Funzionale			
Classe di laurea: L-35-Scienze Matematiche		Corso di Laurea in: Matematica	Anno accademico: 2018/2019
Denominazione inglese insegnamento: Functional Analysis		Tipo di insegnamento: A scelta	Anno: Semestre: 2
Tipo attività formativa: d-Attività a scelta	Ambito disciplinare:	Settore scientifico-disciplinare: MAT/05	CFU totali:7 di cui CFU lezioni: 6,5 CFU ese: 0,5
Modalità di erogazione, ore di didattica assistita ed ore dedicate allo studio individuale ore di lezione: 52 ore di esercitazione/laboratorio/tutorato: 8 totale ore didattica assistita: 60 totale ore di studio individuale: 115			
Lingua di erogazione: Italiano	Obbligo di frequenza: no		
Docente: Silvia Romanelli	Tel: +390805443616 e-mail: silvia.romanelli@uniba.it	Ricevimento studenti: Dip. Matematica piano II - stanza n.9	Giorni e ore ricevimento: Martedì ore 13:00-14:00 Giovedì ore 13:00-14:00 Previo appuntamento per posta elettronica
Conoscenze preliminari: Le conoscenze che si acquisiscono nei primi due anni di una laurea della classe L-35, con particolare riferimento all'Analisi Matematica classica in una o più variabili, agli spazi normati, alla topologia generale ed all'algebra lineare.			
Obiettivi formativi: Acquisizione degli strumenti di base relativi agli spazi funzionali, a teoremi di rappresentazione, alla teoria degli operatori e dei semigrupp di operatori, con applicazioni ad alcune classi di equazioni a derivate parziali.			
Risultati di apprendimento previsti	<p>Conoscenza e capacità di comprensione: Acquisizione di concetti e risultati fondamentali nell'ambito dello studio degli spazi funzionali e della teoria degli operatori. Acquisizione dei principali strumenti e delle tecniche dimostrative.</p> <p>Conoscenza e capacità di comprensione applicate: Le conoscenze teoriche acquisite trovano molte applicazioni in vari campi della matematica, tra cui lo studio di equazioni alle derivate parziali e di modelli da esse governati.</p> <p>Autonomia di giudizio: Capacità di valutazione della coerenza del ragionamento logico nelle dimostrazioni e capacità di scelta di strumenti matematici adeguati alla complessità dei problemi da risolvere.</p> <p>Abilità comunicative: Acquisizione delle basi del linguaggio e del formalismo matematico, necessarie sia per la consultazione e la comprensione dei testi che per l'esposizione, l'analisi e la risoluzione dei problemi.</p> <p>Capacità di apprendere: Acquisizione di un metodo di studio adeguato che si avvalga sistematicamente della consultazione dei testi e dell'impegno alla risoluzione di esercizi e quesiti connessi ai contenuti del corso.</p>		
Programma del corso			
<p>1. Spazi normati e teoremi fondamentali</p> <p>Richiami sugli spazi normati. Esempi fondamentali. Algebre normate. Operatori lineari e operatori lineari limitati tra spazi normati. Spazi di Banach. Spazio duale, biduali di uno spazio normato. Topologie deboli. Relazioni tra uno spazio normato ed il suo biduali. Spazi normati riflessivi. Esempi fondamentali. Spazi normati di dimensione finita. Teorema di Riesz sulla dimensione. Spazi di Baire. Teorema di uniforme limitatezza. Teorema di Banach-Steinhaus.</p>			

Teorema dell'applicazione aperta e applicazioni. Teorema del grafico chiuso e applicazioni. Teorema di Hahn-Banach e applicazioni. Spazi di Hilbert. Proiettori ortogonali. Teorema di rappresentazione di Riesz. Forme sesquilineari. Teorema di Lax-Milgram. Spazi di Sobolev e teoremi di immersione di Sobolev.

2. Operatori lineari tra spazi normati

Operatori lineari limitati tra spazi normati e loro coniugati. Operatori di rango finito, operatori approssimabili, operatori compatti. Operatori di Fredholm e loro indice. Teorema fondamentale sugli operatori compatti. Alternativa di Fredholm. Elementi di teoria spettrale degli operatori. Proprietà dello spettro di un operatore compatto. Teorema di rappresentazione di Neumann. Esistenza di valori spettrali. Operatori lineari chiusi. Norma del grafico. Operatori chiudibili e loro chiusura. Proprietà spettrali degli operatori chiusi. Operatore risolvente e sue proprietà.

3. Operatori lineari tra spazi di Hilbert

Operatori lineari limitati tra spazi di Hilbert e loro aggiunti. Operatori skew-aggiunti e autoaggiunti. Teoremi di rappresentazione. Operatori positivi. Operatori normali. Teoremi di rappresentazione spettrale. Operatori lineari chiusi. Operatori aggiunti di operatori lineari chiusi e relative proprietà.

4. Semigrupp di operatori su spazi di Banach

Semigrupp e gruppi di operatori fortemente continui su uno spazio di Banach. Esempi fondamentali. Disuguaglianza esponenziale ed estremo di crescita di un semigrupp. Generatore di un semigrupp fortemente continuo e relative proprietà. Esempi fondamentali. Problema di Cauchy astratto e semigrupp di operatori. Teorema di Hille-Yosida. Operatori dissipativi ed m -dissipativi. Teorema di Lumer-Phillips ed applicazioni. Equazione del calore in $L^2(0,1)$. Perturbazioni di generatori. Regolarità dei semigrupp di operatori.

Metodi di insegnamento:

Lezioni ed esercitazioni in aula

Supporti alla didattica:

Controllo dell'apprendimento e modalità d'esame:

Prova orale

Testi di riferimento principali:

[B1] H. BREZIS, *Analyse fonctionnelle, Theorie et applications*, 2^e tirage, Masson 1987.

[B2] H. BREZIS, *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*, Springer, 2011.

[EN] K.J. ENGEL - R. NAGEL, *One-parameter Semigroups for Linear Evolution Equations*, Graduate Texts in Mathematics 194, Springer, 2000.

[G] J.A. GOLDSTEIN, *Semigroups of Operators and Applications*, Second Edition, Dover Publications, Inc. New York 2017.

[L] P.D. LAX, *Functional Analysis*, Wiley Interscience, 2002.

Per gli argomenti in 1.- 3. si farà riferimento a [B1], [B2] e [L], per gli argomenti in 4. si farà riferimento a [EN], [G]