Insegnamento di: Calcolo Numerico 2

Classe di laurea: L-35 – Scienze Matematiche	**Corso di Laurea in:** Matematica	**Anno accademico:** 2018/2019

Denominazione inglese insegnamento: Numerical Calculus 2	**Tipo di insegnamento:** A scelta	**Anno:** 3	**Semestre:** 2

Tipo attività formativa: c - Attività affine o integrativa	**Ambito disciplinare:** Attività Formativa Affine o Integrativa	**Settore scientifico-disciplinare:** MAT/08	**CFU totali:** 7 di cui CFU lezioni: 5 CFU ese/lab/tutor: 2

Modalità di erogazione, ore di didattica assistita ed ore dedicate allo studio individuale
ore di lezione: 40 ore di esercitazione/laboratorio/tutorato: 30
totale ore didattica assistita: 70
totale ore di studio individuale: 105

Lingua di erogazione: Italiano	**Obbligo di frequenza:** no	

Docenti:	**Tel. / e-mail**	**Ricevimento studenti:**	**Giorni e ore ricevimento:**
Felice Iavernaro (titolare)	**Tel:** +39 080 5442703 **e-mail:** felice.iavernaro@uniba.it	Dip. Matematica piano IV, stanza 2	Lunedì 14:00—16:00. In altri giorni previo appuntamento.
Roberto Garrappa	**Tel:** +39 080 54422685 **e-mail:** roberto.garrappa@uniba.it	Dip. Matematica piano III, stanza 7	Giovedì 14:00—16:00. In altri giorni previo appuntamento.

Conoscenze preliminari:
Le conoscenze che vengono acquisite nell'insegnamento di "Calcolo Numerico 1", programmazione in ambiente Matlab, analisi matematica classica in una e più variabili, algebra lineare.

Obiettivi formativi: acquisizione di metodi numerici e tecniche di programmazione nell'ambito dell'interpolazione, dell'approssimazione di dati, della quadratura numerica e della risoluzione di equazioni differenziali ordinarie.

Risultati di apprendimento previsti

Conoscenza e capacità di comprensione:
- Conoscere i metodi numerici finalizzati alla risoluzione di problemi nell'ambito delle discipline matematiche ed affini, con particolare enfasi ai problemi fondamentali nell'ambito del data-fitting, della quadratura numerica e della risoluzione numerica di problemi ai valori iniziali.
- Comprendere e saper illustrare le problematiche relative all'uso del calcolatore per la risoluzione dei problemi matematici sopra descritti.

Conoscenza e capacità di comprensione applicate:
- Capacità di risolvere problemi matematici mediante algoritmi ottimizzati dal punto di vista del costo computazionale e della stabilità.
- Sviluppo delle capacità di programmare, documentare e testare algoritmi numerici, interpretandone correttamente i risultati.

Autonomia di giudizio:
- Saper individuare il metodo numerico più idoneo per risolvere numericamente un problema matematico tra quelli trattati nel corso.

Abilità comunicative:
- Saper definire in modo rigoroso i problemi matematici trattati nel corso e saper esporre i relativi metodi numerici, delineandone le proprietà fondamentali.

Capacità di apprendere:
- Capacità di studiare e risolvere numericamente problemi simili ma non necessariamente uguali a quelli affrontati durante le lezioni.

Programma del corso

1. INTERPOLAZIONE.
Il problema dell'interpolazione polinomiale: teorema di esistenza ed unicità. Metodo dei coefficienti indeterminati: costo di calcolo e problemi di stabilità. La formula di Lagrange e formulazioni baricentriche.

Resto del polinomio di interpolazione. Aspetti di convergenza. Aspetti di stabilità: funzione e costante di Lebesgue. Formula di interpolazione di Newton alle differenze divise: base di Newton e differenze divise. Formula di Newton-Gregory alle differenze in avanti. Fenomeno di Runge. Nodi di Chebychev e loro ottimalità. Nodi di Chebychev-Lobatto e formula baricentrica. Aspetti di convergenza per funzioni differenziabili e funzioni analitiche. Interpolazione di Hermite: generalizzazione delle formule di Lagrange e di Newton, teorema del resto ed aspetti computazionali. Funzioni spline lineari: costruzione della base, stabilità, resto ed aspetti di convergenza. Spline cubiche interpolanti: condizioni aggiuntive, costruzione e implementazione; cenni sulla convergenza e proprietà di minima curvatura. Polinomi generalizzati e Condizione di Haar. Interpolazione trigonometrica: algoritmi DFT e IDFT, costo di calcolo ed implementazione; applicazioni all'elaborazione dei segnali.

2. APPROSSIMAZIONE.
Sistemi lineari sovradimensionati. Approssimazione nel senso dei minimi quadrati. Definizione del problema e teorema di esistenza e unicità. Il polinomio di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati. Retta di regressione lineare. Indice di determinazione. Fattorizzazione QR di matrici rettangolari mediante le matrici elementari di Householder. Uso della fattorizzazione QR per la risoluzione del problema dei minimi quadrati. Decomposizione ai valori singolari. Teorema di esistenza, e proprietà fondamentali. Risoluzione del problema dei minimi quadrati mediante SVD. Pseudoinversa e sue proprietà. Studio del condizionamento del problema dei minimi quadrati. Bidiagonalizzazione di una matrice mediante le matrici elementari di Householder. Algoritmo per il calcolo della SVD mediante rotazioni di Givens. Alcune applicazioni della SVD: calcolo del rango e della norma 2 di una matrice; migliore approssimazione di rango basso di una matrice; regolarizzazione di un sistema mal condizionato; compressione di un'immagine digitale; analisi della semantica latente; analisi delle componenti principali. Approssimazione ai minimi quadrati in L2([a,b]): definizione del problema, uso di una base ortogonale. Disuguaglianza di Bessel e identità di Parseval. Stima dell'errore e aspetti implementativi. Polinomi ortogonali: procedimento di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt, relazione di ricorrenza a tre termini. Proprietà degli zeri. Formula di Rodrigues e studio della famiglia dei polinomi di Legendre, di Chebyshev di prima e seconda specie, dei polinomi di Laguerre e di Hermite. Serie di Fourier troncata. Approssimazione razionale di Padé.

3. QUADRATURA NUMERICA.
Formule di quadratura interpolatorie, grado di precisione e analisi dell'errore. Formule del rettangolo, del trapezio, di Simpson: definizione e analisi dell'errore. Formule di Newton- Cótes. Studio del condizionamento del problema e della stabilità di una formula di quadratura interpolatoria. Formule composte del trapezio e di Simpson, stima dell'errore. Controllo automatico del passo mediante le formule del trapezio e di Simpson. Formule di ordine elevato, positività dei pesi e studio della convergenza. Formule di Gauss-Legendre, di Radau e di Lobatto. Cenni sulle tecniche adattive.

4. METODI NUMERICI PER PROBLEMI A VALORI INIZIALI.
Metodi one-step, definizione, consistenza, convergenza. Metodi di Eulero esplicito e implicito, del midpoint implicito e del trapezio. Metodi di collocazione: definizione e relazione con i metodi Runge–Kutta. Studio dell'esistenza e unicità del polinomio di collocazione, studio dell'ordine. Metodi di Gauss, di Radau e di Lobatto.

5. AMBIENTE PER IL CALCOLO SCIENTIFICO.
L'ambiente di lavoro utilizzato per lo sviluppo degli algoritmi relativi ai metodi studiati è il Matlab. In particolare, sono analizzate le funzioni predefinite e l'implementazione di alcuni metodi per la risoluzione dei problemi studiati durante il corso. Particolare enfasi è data allo studio del comportamento delle soluzioni in aritmetica di macchina.

Metodi di insegnamento:
Lezioni e esercitazioni in aula. Esercitazioni in Centro di Calcolo.

Supporti alla didattica:
Dispense, appunti e programmi verranno pubblicati all'interno di una piattaforma per l'e-learning. Istruzioni per l'accesso verranno riferite durante i primi incontri con gli studenti.

Controllo dell'apprendimento e modalità d'esame:
L'esame consiste in una prova orale in cui verranno anche discussi i programmi, in ambiente Matlab, relativi agli algoritmi trattati a lezione.

Testi di riferimento principali:

- L.N. Trefethen, Approximation Theory and Approximation Practice SIAM, 2013.
- G.H. Golub, C.F. Van Loan, Matrix computations. Fourth edition. Johns Hopkins Studies in the Mathematical Sciences. Johns Hopkins University Press, Baltimore, MD, 2013.
- R. Bevilacqua, D. Bini, M. Capovani, O. Menchi, Metodi Numerici, Zanichelli, Bologna, 1992.
- E. Hairer, S.P. Nørsett, G. Wanner, Solving Ordinary Differential Equations I. Nonstiff Problems. Springer Series in Comput. Mathematics, Vol. 8, Springer- Verlag 1987, Second revised edition 1993.
- D. Bini, M. Capovani, O. Menchi, Metodi numerici per l'algebra lineare, Zanichelli.
- K.E. Atkinson, An introduction to numerical analysis, Wiley, 1989
- D.M. Young, R.T. Gregory, A survey of numerical mathematics, Vol. I, Dover, 1988