

Preliminari algebrici

L'anello dei polinomi in più indeterminate e suoi ideali. Ideali monomiali. Operazioni su ideali. Forme e applicazioni omogenee. Caratterizzazione degli anelli Noetheriani. Anelli Artiniani. Ideali omogenei degli anelli dei polinomi e loro proprietà.

Varietà algebriche

Varietà algebriche affini. Relazioni tra varietà algebriche affini e ideali. Ideale di una varietà. Topologia di Zariski nello spazio affine e su una varietà algebrica. Spettro di un anello. Ipersuperfici affini. Classificazione delle varietà affini nel piano. Numero finito di punti singolari di una curva. Ordine di molteplicità di un punto. Relazioni tra rette tangenti ed ordine di molteplicità

Omogeneizzazione e deomogeneizzazione di polinomi.

Varietà algebriche proiettive. Relazioni tra varietà algebriche proiettive ed ideali. Topologia di Zariski nello spazio proiettivo. Ipersuperfici. Radicale di un ideale. Ideali radicali. Relazioni tra varietà algebriche e radicale degli ideali che la determinano. Cono affine di una varietà proiettiva.

Basi di Groebner e Nullstellensatz

Ordini monomiale, Ideali monomiali e basi minimali. Basi di Groebner. Teorema della base di Hilbert e alcune applicazioni alle basi di Groebner. Nullstellensatz debole. Nullstellensatz di Hilbert. Nullstellensatz forte. Altre versioni del Nullstellensatz. Nullstellensatz di Hilbert (proiettivo). Bijezione tra ideali radicali e varietà algebriche. Spazi topologici Noetheriani. Varietà algebriche riducibili e irriducibili e componenti irriducibili. Numero finito delle componenti irriducibili di una varietà algebrica. Decomposizione minimale di una varietà.

Teoremi di Eliminazione e di Estensione

Ideale di eliminazione di un ideale. Teorema di Eliminazione. Proiezione di una varietà. Teorema di Estensione geometrico. Matrice di Sylvester. Teorema di Estensione per due polinomi. Risultanti generalizzati di un numero finito di polinomi.

Funzioni razionali su una varietà

Funzioni regolari. Anello delle coordinate. Morfismi regolari. Isomorfismi tra varietà algebriche affini. Campo delle funzioni razionali su una varietà. Polo di una funzione razionale, anello locale di una varietà in un punto e loro relazioni con l'anello delle coordinate. Morfismi razionali tra varietà e loro proprietà. Equivalenza birazionale. Varietà razionale.

Dimensione di una varietà

Dimensione di una varietà come grado di trascendenza del campo delle funzioni razionali.

Metodi di insegnamento:

Lezioni ed esercitazioni

Supporti alla didattica:**Controllo dell'apprendimento e modalità d'esame:**

Prova orale

Testi di riferimento principali:

W. FULTON, Algebraic Curves, The Benjamin-Cummings, Publ. Comp., Menlo Park, 1969. D. COX Ideals, varieties and algorithms. Springer 1990

D. MUMFORD, Algebraic Geometry I, Complex Projective Varieties, Springer Verlag, Berlin 1976

M. NAMBA, Geometry of Projective Algebraic Curves, Marcel Dekker, Inc., New York, 1984.

I.R. SHAFAREVICH, Basic Algebraic Geometry 1: Varieties in Projective Space, Springer-Verlag 1994.

O. ZARISKI-P. SAMUEL, Commutative Algebra I e II, Springer Verlag, Berlin, 1958.