

# PROGRAMMA DEL CORSO DI "ANALISI MATEMATICA 4"

## LAUREA IN MATEMATICA – 8 CFU

A.A. 2016/2017

Prof. Francesco Altomare, Dr.ssa Valeria Germinario

### SPAZI METRICI COMPLETI

Successioni di Cauchy in spazi metrici ed in spazi normati. Spazi metrici completi. Relazioni fra completezza e compattezza. Spazi di Banach. Completezza degli spazi  $\mathbb{R}^n$ ,  $B(X, E)$  e  $C_b(X, E)$  ( $E$  spazio di Banach). Il teorema delle contrazioni in spazi metrici completi.

### EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE

Elementi di calcolo integrale per funzioni a valori vettoriali.

Introduzione alle equazioni differenziali ordinarie ed al corrispondente problema di Cauchy. Il teorema di Cauchy di esistenza ed unicità globale per equazioni differenziali di tipo normale del primo ordine. Prime conseguenze del teorema di Cauchy. Il teorema di esistenza ed unicità locale. Prolungabilità delle soluzioni.

Sistemi di equazioni differenziali del 1° ordine di tipo normale. Equazioni differenziali di tipo normale di ordine superiore. Integrali generali di equazioni differenziali.

Equazioni differenziali lineari. Proprietà generali delle equazioni differenziali lineari. Equazioni differenziali lineari del primo ordine. Equazioni differenziali lineari omogenee. Equazioni differenziali lineari non omogenee. Metodo della variazione delle costanti di Lagrange. Equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti.

Risoluzione di alcuni tipi di equazioni differenziali del primo ordine in forma normale. Equazioni differenziali a variabili separabili, di tipo omogeneo, di Bernoulli. Equazioni differenziali esatte e a fattore integrante. Risoluzione di alcuni tipi di equazioni differenziali del secondo ordine. Analisi qualitativa delle soluzioni di equazioni differenziali lineari.

### INTEGRALI MULTIPLI. LA MISURA DI PEANO-JORDAN SU $\mathbb{R}^n$

Intervalli di  $\mathbb{R}^n$ . Funzioni a scala su intervalli e loro integrale. Funzioni su intervalli integrabili secondo Riemann e loro integrale. Integrale di Riemann e somme di Darboux. Criteri di integrabilità. Integrabilità delle funzioni regolate e delle funzioni continue. Proprietà dell'integrale.

Funzioni su sottoinsiemi limitati di  $\mathbb{R}^n$  integrabili secondo Riemann e loro integrale. Funzioni su  $\mathbb{R}^n$  a supporto compatto integrabili secondo Riemann e loro integrale. Insiemi trascurabili secondo Riemann e relative proprietà. Ulteriori criteri di integrabilità. Proprietà dell'integrale di Riemann. Teorema di passaggio al limite sotto il segno di integrale.

Plurintervalli di  $\mathbb{R}^n$  e loro misura. Insiemi misurabili secondo Peano-Jordan e loro misura. Proprietà degli insiemi misurabili secondo Peano-Jordan su  $\mathbb{R}^n$  e delle loro misure. Formula fondamentale della misura tramite integrale.

Calcolo integrale. Formule di riduzione. Misurabilità del cilindroide relativo ad una funzione integrabile e positiva e sua misura. Formule di cambiamento di variabili. Formule di passaggio in coordinate polari.

Integrali doppi su domini normali di  $\mathbb{R}^2$ . Formule di riduzione per integrali doppi. Calcolo di aree di domini di  $\mathbb{R}^2$ . Integrali tripli su domini normali di  $\mathbb{R}^3$  (cenni). Calcolo di volumi di solidi di  $\mathbb{R}^3$  (cenni).

### **INTEGRALI CURVILINEI E FORME DIFFERENZIALI**

Curve regolari. Lunghezza di una curva. Curve orientate. Ascissa curvilinea. Integrale curvilineo di una funzione. Integrale curvilineo di una forma differenziale. Forme differenziali esatte. Forme differenziali chiuse. Formule di Gauss-Green.

### **TESTI CONSIGLIATI**

- [1] P. MARCELLINI – C. SBORDONE, Elementi di Analisi Matematica due, Liguori Editore, Napoli, 2001.
- [2] P. MARCELLINI – C. SBORDONE, Esercitazioni di Matematica, 2° Volume, Parte I e Parte II, Liguori Editore, Napoli, 1989.

### **TESTI CONSIGLIATI PER MAGGIORI APPROFONDIMENTI**

- [1] N. FUSCO - P. MARCELLINI – C. SBORDONE, Analisi Matematica due, Liguori Editore, Napoli, 1996.
- [2] J. LELONG-FERRAND – J. M. ARNAUDIÈS, Cours de mathématiques, Tome 4, 2<sup>e</sup> édition, Dunod Université, Paris, 1977.
- [3] C. D. PAGANI – S. SALSA, Analisi Matematica 2, Seconda edizione, Zanichelli Editore, Bologna, 2016.