

Programma di ISTITUZIONI DI GEOMETRIA SUPERIORE 1

Corso di Laurea in Matematica

A.A. 2016/2017 - Prof.^{ssa} Francesca VERROCA

VARIETA' DIFFERENZIABILI

Fasci di applicazioni. Varietà differenziabili reali: carte locali e proprietà, atlanti, proprietà delle funzioni differenziabili. Sottovarietà e proprietà. Varietà prodotto. Partizione dell'unità. Applicazioni differenziabili tra varietà e proprietà. L'algebra dei germi delle funzioni differenziabili. Lo spazio tangente in un punto, basi relative a carte e legge di trasformazione. Lo spazio cotangente in un punto, basi relative a carte e legge di trasformazione. Funzioni stazionarie in un punto. Isomorfismo tra lo spazio tangente in un punto \mathbf{p} e lo spazio delle applicazioni lineari dello spazio vettoriale delle funzioni differenziabili in \mathbf{p} a valori reali che si annullano nelle funzioni stazionarie in \mathbf{p} . Differenziale di applicazioni differenziabili tra varietà e proprietà.

ALGEBRA TENSORIALE SU UNO SPAZIO VETTORIALE

Algebra dei tensori associata ad uno spazio vettoriale: basi, componenti di un tensore, cambiamento di base. Contrazione di un tensore misto. Tensori simmetrici. Tensori alternanti. Simmetrizzazione e alternazione. Algebra di Grasmann.

ALGEBRA TENSORIALE SU UNA VARIETA' DIFFERENZIABILE

Curve su una varietà differenziabile. Spazio dei tensori di tipo (r,s) tangenti in un punto. Campi tensoriali di tipo (r,s) e proprietà. Campi tensoriali differenziabili di tipo (r,s) e proprietà. Prodotto tensoriale. Algebra dei campi tensoriali differenziabili su una varietà. Teorema di prolungamento dei campi tensoriali. Contrazione. Alternazione. Simmetrizzazione. Campi vettoriali differenziabili. Derivazioni. Isomorfismo tra lo spazio vettoriale dei campi vettoriali differenziabili e quello delle derivazioni. Algebra di Lie dei campi vettoriali differenziabili. Forme differenziali. Prodotto esterno. Algebra di Grasmann delle forme differenziali. Differenziazione esterna.

GRUPPI DI TRASFORMAZIONI

Gruppi ad un parametro di trasformazioni differenziabili di una varietà. Gruppi locali ad un parametro di trasformazioni differenziabili di una varietà. Gruppi locali ad un parametro di trasformazioni differenziabili locali di una varietà. Campi vettoriali e gruppi (locali) ad un parametro di trasformazioni differenziabili (locali) di una varietà, curve integrali. Campi vettoriali completi.

GRUPPI DI LIE

Gruppi di Lie. Campi vettoriali invarianti a sinistra. L'algebra di Lie dei campi vettoriali invarianti a sinistra. Ogni campo vettoriale invariante a sinistra è completo. Il gruppo di Lie delle matrici quadrate invertibili reali e la sua algebra di Lie. Automorfismi di un gruppo di Lie. Automorfismi interni. Rappresentazione aggiunta. Azioni di un gruppo di Lie su una varietà.

SPAZI FIBRATI

Spazi fibrati principali differenziabili e proprietà. Spazio fibrato principale dei riferimenti lineari su una varietà.

TESTO CONSIGLIATO:

- Marco Abate - Francesca Novena, Geometria Differenziale, Edizione Springer-Verlag, Italia 2011.