

Programma di GEOMETRIA DIFFERENZIALE
Corso di Laurea in Matematica
A.A. 2016/2017 - Prof.^{ssa} Francesca VERROCA

Curve in \mathbf{R}^n

Supporto di una curva. Vettore tangente ad una curva. Campi di vettori lungo una curva. Campi di vettori tangenti lungo una curva. Cambiamento di parametro. Curve equivalenti. Curve equivalenti positivamente. Lunghezza ed energia di una curva. Curve parametrizzate per lunghezza d'arco. Curve parametrizzate proporzionalmente alla lunghezza d'arco. Esempi di curve. Curve regolari. n-riferimento mobile lungo una curva. n-riferimento di Frenet lungo una curva. Teorema di esistenza e unicità del riferimento canonico di Frenet. Equazioni di Frenet. Invarianza delle equazioni di Frenet per isometrie di \mathbf{R}^n . Leggi di variazione delle equazioni di Frenet per cambiamento di parametro. Funzioni di curvatura. Esistenza di curve in \mathbf{R}^n con assegnate funzioni di curvatura. Curve piane: esempi e caratterizzazione di curve. Curve nello spazio: esempi e proprietà.

Superfici in \mathbf{R}^3

Superfici regolari. Spazio tangente ad una superficie. Cambiamento di parametro. Superfici equivalenti. Campi di vettori lungo una superficie: campi di vettori tangenti, campi di vettori normali, campo di Gauss, applicazione di Gauss, 3-riferimento di Gauss. I, II, III forma fondamentale di una superficie.

Applicazione di Weingarten. Invarianza della I e III forma fondamentale per isometrie di \mathbf{R}^3 e per cambiamento di parametro. Variazione della II forma fondamentale per isometrie di \mathbf{R}^3 e per cambiamento di parametro. Curve su una superficie: Teorema di Meusnier. Curvature principali e direzioni principali di curvatura: Teorema di Rodrigues. Curvatura di Gauss e curvatura media. Invarianza delle direzioni principali di curvatura per isometrie di \mathbf{R}^3 e per cambiamento di parametro. Punti ombelicali, punti planari, superfici piane, superfici sferiche. Direzioni asintotiche. Equazioni di Gauss e di Codazzi-Mainardi: simboli di Christoffel e condizioni di integrabilità. Campo tensoriale di curvatura: Teorema egregium di Gauss e invarianza del tensore di curvatura per cambiamento di parametro. Teorema fondamentale della Teoria delle superfici. Differenziazione covariante. Trasporto parallelo. Pregeodetiche e geodetiche: curvatura geodetica, equazioni delle geodetiche, Teorema di esistenza e unicità di geodetiche su una superficie, curve coordinate, geodetiche sulla sfera. Coordinate ortogonali, coordinate geodetiche ortogonali, coordinate di Fermi. Superfici isometriche. Superfici di curvatura Gaussiana costante. Esempi di superfici: Sfera, Toro, Superficie di rivoluzione.

Testo Consigliato:

- WILHELM KLINGENBERG, A course in Differential Geometry, Springer-Verlag, New York Heidelberg Berlino 1978.