

**Programma di GEOMETRIA ALGEBRICA**  
**Corso di Laurea in Matematica**  
**A.A. 2016-2017 – Prof.<sup>ssa</sup> Oriella Maria AMICI**

Spazi e sottospazi proiettivi. Trasformazioni proiettive e loro proprietà. Spazi affini ottenuti da uno spazio proiettivo.

Curve algebriche affini, curve razionali, curve di Fermat, relazioni con la teoria dei campi, applicazioni razionali, curve birazionalmente equivalenti. Forma normale di Weierstrass di una cubica. Punti singolari, punti non singolari, retta tangente. Parametro locale in un punto di una curva. Punto di flesso. Curve proiettive. Curva Hessiana di una curva. Applicazioni birazionali tra curve proiettive non singolari. Retta di Pascal. Risultante tra due polinomi omogenei. Teorema di Bezout. Relazione tra una curva e la sua Hessiana.

L'anello dei polinomi in più indeterminate e suoi ideali. Ideali monomiali. Operazioni su ideali. Forme e applicazioni omogenee. Caratterizzazione degli anelli Noetheriani. Anelli Artiniani. Ideali omogenei degli anelli dei polinomi e loro proprietà.

Varietà algebriche affini. Relazioni tra varietà algebriche affini e ideali. Ideale di una varietà. Topologia di Zariski nello spazio affine e su una varietà algebrica. Spettro di un anello. Ipersuperfici affini. Classificazione delle varietà affini nel piano. Numero finito di punti singolari di una curva. Ordine di molteplicità di un punto. Relazioni tra rette tangenti ed ordine di molteplicità.

Omogeneizzazione e deomogeneizzazione di polinomi.

Varietà algebriche proiettive. Relazioni tra varietà algebriche proiettive ed ideali. Topologia di Zariski nello spazio proiettivo. Ipersuperfici. Radicale di un ideale. Ideali radicali. Relazioni tra varietà algebriche e radicale degli ideali che la determinano. Cono affine di una varietà proiettiva.

Ordini monomiale, Ideali monomiali e basi minimali. Basi di Groebner. Teorema della base di Teorema della base di Hilbert e alcune applicazioni alle basi di Groebner. Nullstellensatz debole. Nullstellensatz di Hilbert. Nullstellensatz forte. Altre versioni del Nullstellensatz. Nullstellensatz di Hilbert (proiettivo). Ideale di eliminazione di un ideale. Teorema di Eliminazione. Proiezione di una varietà. Teorema di Estensione geometrico. Bigezione tra ideali radicali e varietà algebriche. Spazi topologici Noetheriani. Varietà algebriche riducibili e irriducibili e componenti irriducibili. Bigezione tra varietà algebriche irriducibili ed ideali primi. Numero finito delle componenti irriducibili di una varietà algebrica. Decomposizione minimale di una varietà. Funzioni regolari. Anello delle coordinate. Morfismi regolari. Isomorfismi tra varietà algebriche affini. Campo delle funzioni razionali su una varietà. Polo di una funzione razionale, anello locale di una

varietà in un punto e loro relazioni con l'anello delle coordinate. Morfismi razionali tra varietà e loro proprietà. Equivalenza birazionale. Varietà razionale. Dimensione di una varietà come grado di trascendenza del campo delle funzioni razionali. Matrice di Sylvester. Risultante rispetto ad  $X_1$  per due polinomi in  $n$  variabili di grado positivo in  $X_1$  e sue proprietà. Risultante rispetto ad  $X_1$  e primo ideale di eliminazione. Teorema di estensione per due polinomi. Risultanti generalizzati di un numero finito di polinomi.

**TESTI DI RIFERIMENTO:**

- W. FULTON, Algebraic Curves, The Benjamin-Cummings, Publ. Comp., Menlo Park, 1969;
- D. COX Ideals, Varieties and Algorithms. Springer-Verlag 1990;
- D. MUMFORD, Algebraic Geometry I, Complex Projective Varieties, Springer-Verlag, Berlin 1976;
- M. NAMBA, Geometry of Projective Algebraic Curves, Marcel Dekker, Inc., New York, 1984;
- I.R. SHAFAREVICH, Basic Algebraic Geometry 1: Varieties in Projective Space, Springer-Verlag 1994;
- O. ZARISKI-P. SAMUEL, Commutative Algebra I e II, Springer-Verlag, Berlin, 1958.