

## Programma di Metodi Numerici e Modelli Matematici. AA 2016-2017

Corso di Laurea in Matematica. Laurea Magistrale.

Docenti: Prof. Luciano Lopez, Dott.ssa Cinzia Elia.

### 1. SISTEMI DINAMICI DISCRETI

Equazioni alle differenze del primo ordine e soluzione. Teoria delle equazioni lineari alle differenze di ordine  $k$ . Equazioni alle differenze omogenee. Metodi per il calcolo delle soluzioni. Il polinomio caratteristico: caso di radici distinte e radici coincidenti. Uso dell'operatore  $p(E)$  e proprietà. Calcolo delle soluzioni particolari. Metodo delle serie formali. Metodo delle variazioni delle costanti.

Sistemi lineari di equazioni alle differenze. Stabilità delle soluzioni di equazioni alle differenze. Metodo delle variazioni delle costanti. Funzioni di matrici.

**Modelli discreti:** Modello discreto del cobweb semplice e completo. Modello di Lesley della dinamica di popolazioni. Modello degli indiani Natchez.

### 2. SISTEMI DINAMICI CONTINUI

**Sistemi lineari autonomi di equazioni differenziali ordinarie:** Matrice principale e sue proprietà. Concetti di continuità e di stabilità delle soluzioni rispetto a variazioni della condizione iniziale. Stabilità, asintotica stabilità e instabilità di un punto di equilibrio; definizioni e teoremi per matrici diagonalizzabili e non. Sottospazi invarianti. Spazio stabile, instabile e centrale. Esempi: sistemi lineari autonomi planari; definizione di nodo, punto di sella, fuoco, centro.

**Sistemi non lineari autonomi:** Proprietà delle soluzioni e dipendenza dalle condizioni iniziali. Punti di equilibrio e linearizzazione. Funzioni di Lyapunov. Esempi: pendolo matematico, sistemi Hamiltoniani.

Orbite periodiche e cicli limite. Oscillatore di Van der Pol. Comportamento del sistema per tempi lunghi. Teorema di Poincaré Bendixson (solo enunciato). Attrattori in  $\mathbb{R}^3$ . Esempi: equazioni differenziali sul toro, sistema di Lorenz, attrattore di Roessler.

**Modelli continui:** modelli di Malthus e Verhulst per la crescita di popolazioni. Modello di Lotka-Volterra. Modello di due specie in competizione.

**3. METODI RUNGE KUTTA.** Richiami su consistenza e convergenza. Errore locale e globale, maggiorazioni. Verifica dell'ordine di consistenza: grafico dell'errore in funzione del passo di discretizzazione. Metodi Runge Kutta impliciti: esistenza della soluzione del sistema non lineare. Metodo delle iterazioni di punto fisso per la ricerca della soluzione del sistema non lineare: restrizioni sul passo. Metodo di Newton per la risoluzione del problema non lineare. Metodi Runge Kutta a passo variabile: scelta del passo di discretizzazione e stima dell'errore locale tramite metodi Runge Kutta embedded. Performance dei metodi espliciti a passo variabile. Comportamento qualitativo dei metodi numerici: stabilità lineare dei metodi Runge Kutta, funzione di stabilità, regione di assoluta stabilità; esistenza di punti fissi spuri. Problemi stiff lineari e non lineari.

### TESTI CONSIGLIATI

- V. Lakshmikantham, D. Trigiante, *Theory of difference equations: numerical methods and applications*, Academic Press Inc, 1988.
- D.G. Luenberger, *Introduction to dynamic systems*, J. Wiley and Sons, 1979.

- L. Perko, *Differential Equations and Dynamical Systems*, Springer, 2002.
- J. Hale, *Ordinary Differential Equations*, Wiley Interscience, 1980.
- J.D. Lambert *Numerical Methods for Ordinary Differential Systems: The Initial Value Problem*, Wiley Interscience, 1991.