

LOGICA MATEMATICA
CORSO DI LAUREA SPECIALISTICA IN MATEMATICA
A.A. 2016/2017 - Prof. LUIGI BORZACCHINI

1. Introduzione. La logica, il linguaggio e la matematica. Logica aristotelica e logica matematica. La rappresentazione (iconica/sintattica) e il pensiero formale: i segni. Sintassi e semantica. Dimostrazione (Regole ed assiomi) e verità. Rappresentazione come linguaggio e come calcolo. Rappresentazione ed Interpretazione. Linguaggio e metalinguaggio.

2. Premesse: *La teoria dei linguaggi formali:* Alfabeti ed Espressioni. Gerarchia di Chomskij: i linguaggi e le macchine (membership e parsing). Decidibilità e complessità.
L'infinito e la teoria dell'infinito di Cantor: enumerabilità, non enumerabilità dei reali, la gerarchia transfinita.

3. Calcolo delle proposizioni. Proposizioni, Connettivi e Tavole di verità. Forme normali. Diagrammi di Venn. Calcolo alla Hilbert e Deduzione naturale. Teorema di deduzione. Interpretazione. Linguaggio logico e linguaggio insiemistico. Intensione ed Estensione. Correttezza, completezza, compattezza, consistenza, decidibilità

4. Calcolo dei predicati. Formule, Variabili, Predicati e Quantificatori. Calcolo alla Hilbert e Deduzione Naturale. Interpretazioni e modelli: semantica di Tarski. Teorie assiomatizzate. Universo di Herbrand. Teorema di completezza di Gödel. Teorema di Löwenheim. Teorema di Compattezza.

5. Problema della decisione e risoluzione. General theorem prover. Metodo delle tavole semantiche. Tecnica di Risoluzione. Calcolo alla Gentzen. Teorema di Skolem-Herbrand.

6. Logica e filosofia della matematica. I paradossi. Filosofia della matematica nel XX secolo: il dibattito tra Frege ed Hilbert. Il problema dei fondamenti: logicismo, formalismo, intuizionismo.

7. Funzioni ricorsive. L'uguaglianza. Il calcolo dei predicati con uguaglianza. Calcolo delle equazioni. Ricorsività primitiva, totale, parziale. Funzioni ricorsive e macchine di Turing. Insiemi ricorsivi e ricorsivamente enumerabili: membership e generazione.

8. Teoremi limitativi. Il programma di Hilbert e la nascita della computer science. Problema dell'alt (Turing). Semidecidibilità del calcolo dei predicati (Church).

9. Assiomatizzazione della aritmetica. Teoria del successore e aritmetica di Peano. Cenni sulle teorie del second'ordine. Aritmetizzazione della sintassi e rappresentabilità. Teoremi di incompletezza di Gödel. Indecidibilità del problema della verità (Tarski).

10. Assiomatizzazione della teoria degli insiemi (Zermelo-Fraenkel). L'assioma della scelta e l'ipotesi del continuo. Paradossi. Questioni sui fondamenti: continuità, gerarchie transfinita, indipendenza e non contraddittorietà dell'assioma della scelta e dell'ipotesi del continuo (Teoremi di Gödel e Cohen).

TESTI CONSIGLIATI

G. LOLLI. Introduzione alla logica formale. Il Mulino
Materiale in rete: www.dm.uniba.it/Members/borzacchini