

**Programma di GEOMETRIA INTEGRALE**  
**Corso di Laurea Magistrale in Matematica**  
**A.A. 2016/2017 - Prof.<sup>ssa</sup> Grazia RAGUSO**

1. Gruppi di matrici. Lo spazio vettoriale delle matrici  $M^{n,m}$ . Gruppo lineare  $GL^n(K)$ . Gruppo lineare specializzato  $SL^n(K)$ . Metrica su  $M^n(K)$ . Gruppi di matrici come spazi metrici. Definizione di gruppo topologico. Esempi: gruppo  $GL^n(K)$ , gruppo  $SL^n(K)$ . K-matrix group. Definizione di K-matrix group. Esempio fondamentale: gruppo  $SL^n(K)$  come K-matrix gruppo. Il gruppo  $GL^n(K)$  e il gruppo  $SL^n(K)$  come sottogruppi di matrici di  $GL^{n+1}(K)$ . Studio della connessione di un K-matrix group ( scomposizione).  
Gruppo di Borel e gruppo unipotente come K-matrix groups. Gruppi affini e gruppo delle isometrie con relativa scomposizione. Gruppo ortogonale, proprietà e scomposizione. Gruppo ortogonale generalizzato, Casi particolari: Gruppo ortogonale generalizzato definito da una matrice,  $Q$ , simmetrica di signature  $(p,q)$ . Richiami sulla forma quadratica associata a  $Q$ . Forma di Lorentz e forma di Minkowski . Gruppi di Lorentz.
2. Geometria Frattale (Cenni). Cenni storici. I frattali in matematica, Insieme di Cantor e sue proprietà. Curva di Von Koch e sue proprietà. L'insieme di Maldenbrot e gli insiemi di Julia. Introduzione al concetto di dimensione di un frattale. Dimensione di autosimilarità. Misura e dimensione di Hausdorff. Relazione tra dimensione di Hausdorff e dimensione di autosimilarità. Calcolo della dimensione frattale di figure frattali autosimili. Calcolo della dimensione frattale col metodo del ruler method (o del righello o del compasso) e col metodo del box-counting. Rappresentazione dei punti di una curva mediante la signature.
3. Sistemi dinamici.(Cenni) Complessità, caos e sistemi dinamici: cenni e problematiche. Gruppo ad un parametro. Introduzione ai sistemi dinamici continui e discreti. Problemi di Cauchy e sistemi dinamici. Spazio delle fasi, spazio delle fasi ampliato, traiettorie di fase e ritratti di fase. Punti di equilibrio di un s.d. Punti di equilibrio iperbolici e non iperbolici. Classificazione dei punti di equilibrio iperbolici. Esempi di sistemi dinamici lineari e non. Studio delle proprietà grafiche del ritratto di fase. Studio del modello Malthus e del modello Verhulst (logistico). Cenno sulla Lyapunov-stabilità e sui punti di biforcazione dinamica. Esempi.

**TESTI CONSIGLIATI:**

- Georgescu, L. Palese, G. Raguso, Biomatematca, Cacucci Editore, Bari;
- Andrew Baker, Matrix group, Springer;
- A. Georgescu, M. Moroianu, L. Oprea, "Teoria Bifurcatiei", Editura Universității din Pitești;
- L. Peccati, S. Salsa, A. Squellati, "Matematica per l' Economia e l'Azienda", Egea;
- H. O. Peitgen, P. H. Richter, "La Bellezza dei Frattali", Ed. Bollati Boringhieri;
- D. Benedetto, M. Degli Espositi, C. Maffei, "Matematiche per le Scienze della vita" Casa Editrice Ambrosiana.