

PROGRAMMA DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI  
LAUREA MAGISTRALE in MATEMATICA  
A.A. 2016-17 Prof.ssa A. SALVATORE

Alcuni metodi elementari

Richiami su equazioni differenziali del primo ordine. Equivalenza di un'equazione differenziale di ordine  $n$  ad un'equazione vettoriale del primo ordine. Equazioni differenziali lineari, a variabili separabili, esatte, a fattore integrante. Disuguaglianze. Lemma di Gronwall. Lemma di Bihari. Richiami su spazi di Banach. Teorema di punto fisso di Banach.

Teoremi di esistenza ed unicità per equazioni differenziali

Problema di Cauchy. Teorema di esistenza ed unicità locale di Picard Lindeloff: dimostrazione con metodo delle approssimazioni successive e con teorema di punto fisso di Banach. Teorema di esistenza di Peano: dimostrazione con metodo delle poligonali e con teorema di punto fisso di Schauder. Altri teoremi di esistenza ed unicità.

Alcuni problemi globali per equazioni differenziali ordinarie

Prolungabilità di una soluzione. Teorema di prolungamento. Teorema di esistenza ed unicità globale. Disuguaglianze differenziali e metodi di confronto. Teorema di Conti sull'esistenza in grande. Analisi qualitativa delle soluzioni di un'equazione differenziale. Teoremi di dipendenza continua dai dati iniziali. Teorema di dipendenza differenziabile dai dati iniziali (\*).

Sistemi lineari

Sistemi di equazioni differenziali lineari del primo ordine. Spazio vettoriale delle soluzioni di un sistema omogeneo. Sistema fondamentale di soluzioni e matrice fondamentale. Matrice fondamentale per un sistema a coefficienti costanti. Matrice esponenziale: definizione e proprietà. Calcolo della matrice esponenziale nel caso di matrici diagonalizzabili. Forma canonica di Jordan (\*) e calcolo della matrice esponenziale nel caso di matrici non diagonalizzabili. Soluzioni di un sistema non omogeneo: metodo di Lagrange della variazione delle costanti arbitrarie, metodo delle funzioni simili. Sistemi lineari omogenei a coefficienti periodici: teoria di Floquet. Equazioni differenziali lineari di ordine  $n$  omogenee e non. Equazioni differenziali lineari di ordine  $n$  a coefficienti costanti.

Teoria della stabilità per sistemi di equazioni differenziali

Definizioni di stabilità, uniforme stabilità, uniforme asintotica stabilità. Stabilità e asintotica stabilità per un sistema di equazioni differenziali lineari del primo ordine. Stabilità e asintotica stabilità per un sistema di equazioni differenziali lineari del primo ordine a coefficienti costanti. Criterio di Hurwitz (\*). Uniforme stabilità e uniforme asintotica stabilità per un sistema di equazioni differenziali lineari del primo

ordine. Esponenziale asintotica stabilità Stabilità per una equazione differenziale di ordine  $n$ . Equazioni differenziali lineari del secondo ordine. Teorema di Ascoli. Equazione di Bessel. Sistemi lineari perturbati. Stabilità. Teorema di Poincaré-Liapunov e corollari. Metodo diretto di Liapunov (\*). Teoremi di stabilità: I e II teorema di Liapunov (\*), Teorema di Parsidski. Teorema di instabilità. Teorema sulla limitatezza delle soluzioni. Stabilità per sistemi autonomi. Applicazioni ad alcuni modelli della biologia e della fisica: equazione logistica, modello predatore-preda, modello di competizione tra due specie, equazione del pendolo, equazione di van der Pol. Studio di un sistema autonomo lineare. orbite vicino a un punto di equilibrio: nodo, fuoco, centro,...

### Testi consigliati

- A. Ambrosetti, Appunti sulle equazioni differenziali ordinarie, Springer, Milano 2012.
- C. Corduneau, Principles of Differential and Integral Equations, Allyn and Bacon Inc., Boston 1971.
- M. Rama Mohana Rao, Ordinary Differential Equations Theory and Applications E. Arnold Ed., London 1980.

Dei teoremi con (\*) non é richiesta la dimostrazione