

Algebra Commutativa

Prof.ssa Margherita Barile

a.a. 2016/2017

Programma

Operazioni su ideali di un anello commutativo unitario: somma, prodotto, intersezione, radicale. Ideali coprimi, ideale quoziente, annullatore. Ideali primi, massimali, irriducibili. Nilradicale e radicale di Jacobson. Ideali irriducibili. Moduli su un anello commutativo unitario: definizione e prime proprietà, differenze rispetto agli spazi vettoriali. Omomorfismi di moduli: proprietà di iniettività e suriettività. Il Lemma di Nakayama. Ideali primari. Anelli locali e semilocali. Localizzazione di anelli e moduli: definizione e prime proprietà, ideali degli anelli localizzati, contrazione ed estensione, localizzazioni successive, commutatività della localizzazione rispetto al passaggio al quoziente, localizzazione di omomorfismi. Risolubilità di sistemi di equazioni lineari a coefficienti in un anello commutativo unitario. Sottomoduli liberi di un modulo libero finitamente generato: confronto tra i ranghi. Teorema fondamentale di struttura per i moduli finitamente generati sui domini ad ideali principali (solo enunciato). Anelli e moduli noetheriani ed artiniani: definizione, condizioni sulle catene, proprietà dei sottomoduli e dei moduli quozienti, condizioni necessarie e sufficienti. Teorema della base di Hilbert. Teorema di struttura per gli anelli artiniani. Moduli noetheriani che sono artiniani: caratterizzazione, serie di composizione, lunghezza. Decomposizione primaria degli ideali di un anello noetheriano: minimalità, primi associati, primi minimali. Dimensione di Krull di un anello, altezza di un ideale: definizioni e prime proprietà, caso dei PID, teorema dell'ideale principale di Krull, dimensioni degli anelli quozienti, teorema di Akizuki. Teorema degli zeri di Hilbert (solo enunciato) e cenni di applicazione dell'algebra commutativa alla geometria algebrica: varietà algebriche e loro equazioni, interpretazione geometrica della dimensione, degli ideali massimali, dei primi minimali, della localizzazione. Ideali monomiali ed anelli di Stanley-Reisner. Cenni sulle basi di Gröbner: ordini monomiali, ideali iniziali, algoritmo di Buchberger. Elementi di algebra omologica.

Dispense

Le dispense complete del corso sono disponibili in formato PDF all'indirizzo:

http://www.dm.uniba.it/~barile/Rete3/indice_dispense_pdf.htm