

Programma di Metodi Numerici e Modelli Matematici. AA 2009-2010

Corso di Laurea in Matematica. Laurea Magistrale.

Docenti: Prof. Luciano Lopez, Dott.ssa Cinzia Elia.

1. SISTEMI DINAMICI DISCRETI

Equazioni alle differenze del primo ordine e soluzione. Teoria delle equazioni lineari alle differenze di ordine k . Equazioni alle differenze omogenee. Metodi per il calcolo delle soluzioni. Il polinomio caratteristico: caso di radici distinte e radici coincidenti. Uso dell'operatore $p(E)$ e proprietà. Calcolo delle soluzioni particolari. Metodo delle serie formali. Metodo delle variazioni delle costanti.

Sistemi lineari di equazioni alle differenze. Stabilità delle soluzioni di equazioni alle differenze. Metodo delle variazioni delle costanti. Funzioni di matrici.

Modelli discreti: Modello discreto del cobweb semplice e completo. Modello di Lesley della dinamica di popolazioni. Modello degli indiani Natchez.

2. SISTEMI DINAMICI CONTINUI

Sistemi lineari autonomi di equazioni differenziali ordinarie: Matrice principale e sue proprietà. Concetti di continuità e di stabilità delle soluzioni rispetto a variazioni della condizione iniziale. Stabilità, asintotica stabilità e instabilità di un punto di equilibrio; definizioni e teoremi per matrici diagonalizzabili e non. Sottospazi invarianti. Spazio stabile, instabile e centrale. Esempi: sistemi lineari autonomi planari; definizione di nodo, punto di sella, fuoco, centro. Oscillatore armonico e simulazioni numeriche con metodo di Eulero esplicito e implicito e metodo dei trapezi.

Sistemi lineari con matrice dei coefficienti periodica: Proprietà della matrice principale. Stabilità dell'origine. Esempio: equazione di Hill con forzante quasiperiodico.

Sistemi non lineari autonomi: Proprietà delle soluzioni. Differenziabilità rispetto alle condizioni iniziali. Punti di equilibrio e linearizzazione. Teorema della varietà stabile e instabile. Funzioni di Lyapunov. Esempi: pendolo matematico, sistemi hamiltoniani ed hamiltoniana come funzione di Lyapunov.

Comportamento del sistema per tempi lunghi. Punti limite ed insiemi limite. Teorema di Poincaré Bendixson. Sistemi attrattivi ed attrattori. Esempi: equazioni differenziali sul toro, sistema di Lorenz.

Modelli continui: modelli di Malthus e Verhulst per la crescita di popolazioni. Modello di Lotka-Volterra. Modello di due specie in competizione. Modello economico di Kaldor.

TESTI CONSIGLIATI

- V. Lakshmikantham, D. Trigiante, *Theory of difference equations: numerical methods and applications*, Academic Press Inc, 1988.
- D.G. Luemberger, *Introduction to dynamic systems*, J. Wiley and Sons, 1979.
- L. Perko, *Differential Equations and Dynamical Systems*, Springer, 2002.
- J. Hale, *Ordinary Differential Equations*, Wiley Interscience, 1980.
- J.D. Lambert *Numerical Methods for Ordinary Differential Systems: The Initial Value Problem*, Wiley Interscience, 1991.