

**PROGRAMMA di GEOMETRIA INTEGRALE**  
**Corso di laurea in Matematica (Magistrale)**  
**Prof.ssa Grazia. RAGUSO – A.A. 2009-2010.**

Gruppi di matrici. Lo spazio vettoriale  $M_{m,n}(K)$ . Gruppo lineare  $GL_n(K)$  e gruppo lineare specializzato  $SL_n(K)$ . Metrica su  $M_n(K)$ . Gruppi di matrici come spazi metrici. Definizione di gruppo topologico, esempi: gruppo  $GL_n(K)$ , gruppo  $SL_n(K)$ .

Definizione di gruppi K-matrici. Esempio fondamentale: gruppo  $SL_n(K)$ .

Il gruppo  $GL_n(K)$ , il gruppo  $SL_n(K)$  come sottogruppi di K-matrici di  $GL_{n+1}(K)$ .

Scomposizione di un gruppo K-matrici. Gruppo di Borel,  $UT_n(K)$  e gruppo unipotente,  $SUT_n(K)$ , sottogruppi di  $GL_n(K)$ . Gruppi affini e loro scomposizione. Gruppo di isometrie e sua scomposizione. Gruppo ortogonale, proprietà e scomposizione. Gruppo ortogonale generalizzato, casi particolari. Richiami sulle forme quadratiche. Forma di Minkowski. Gruppi di Lorentz.

Cenni di Geometria Frattale. Cenni storici. Benoit Mandelbrot e l'insieme di Mandelbrot. I frattali in matematica, Insieme di Cantor e sue proprietà. Curva di Von Koch e sue proprietà. Introduzione al concetto di dimensione di un frattale. Dimensione di autosimilarità. Misura e dimensione di Hausdorff. Relazione tra dimensione di Hausdorff e dimensione di autosimilarità. Esempi di calcolo di misura e dimensione di frattali autosimili.

Cenni modelli matematici in biologia. Modelli lineari: crescita di una popolazione batterica, decadimento radioattivo, modello Leslie, modello Malthus. Crisi del modello lineare. Modelli non lineari: modello Verhulst.

Cenni sistemi dinamici. Gruppo ad un parametro. Introduzione ai sistemi dinamici continui e discreti. Problemi di Cauchy e sistemi dinamici. Spazio delle fasi, spazio delle fasi ampliato, traiettorie di fase e ritratti di fase. Punti di equilibrio di un s.d. Punti di equilibrio iperbolici e non iperbolici. Classificazione dei punti di equilibrio. Esempi di sistemi dinamici lineari e non, studio delle proprietà grafiche del ritratto di fase. Cenno sulla Lyapunov-stabilità e sui punti di biforcazione dinamica.

**Testi consigliati:**

- -Andrew Baker, Matrix group, Springer.
- -A. Georgescu, M. Moroianu, L. Oprea, "Teoria Bifurcatiei", editura Universității din Pitești
- -L. Peccati, S. Salsa, A. Squellati, "Matematica per l' economia e l'azienda", Egea.
- -H.-O. Peitgen P.H. Richter, "La bellezza dei Frattali", Bollati Boringhieri.
- -D. Benedetto, M. Degli Espositi, C. Maffei, "Matematiche per le Scienze della vita" Casa Editrice Ambrosiana.