PROGRAMMA DEL CORSO DI "ANALISI SUPERIORE n.1"

LAUREA MAGISTRALE IN MATEMATICA – 7 CFU

A.A. 2009/2010 - PROF. FRANCESCO ALTOMARE

RICHIAMI SU SPAZI TOPOLOGICI COMPATTI E LOCALMENTE COMPATTI [2,5]

Spazi topologici compatti. Spazi localmente compatti. Teoremi di tipo Urysohn. Teoremi di tipo partizione dell'unità. Spazi localmente compatti numerabili all'infinito. Spazi localmente compatti verificanti il secondo assioma di numerabilità. Spazi topologici separabili. Proprietà. Compattificazione di Alexandrov.

SPAZI DI FUNZIONI CONTINUE [3]

Lo spazio C(X) delle funzioni continue su uno spazio compatto X. Separabilità dello spazio C(X). Funzioni continue su uno spazio localmente compatto a supporto compatto. Funzioni continue convergenti all'infinito. Lo spazio $C_0(X)$ delle funzioni continue che si annullano all'infinito su uno spazio localmente compatto X. Lo spazio $C_*(X)$ delle funzioni continue convergenti all'infinito su uno spazio localmente compatto X. Separabilità degli spazi $C_0(X)$ e $C_*(X)$.

TEOREMI DI TIPO ASCOLI-ARZELA' [3]

Insiemi equicontinui di funzioni. Esempi e proprietà. Equicontinuità e convergenza uniforme. Teorema di Ascoli-Arzelà. Applicazioni allo studio di operatori integrali. Teorema di Banach sulla debole compattezza della sfera unitaria del duale di uno spazio di Banach separabile. Applicazioni compatte. Teoremi di tipo Ascoli - Arzelà in C_0 (X) e $C_*(X)$.

TEOREMI DI PUNTO FISSO [4, 5]

Teoremi di punto fisso. Il teorema di punto fisso di Brouwer. Applicazioni compatte. Il teorema di punto fisso di Schauder. Applicazioni ad equazioni integrali e a equazioni differenziali ordinarie. Il principio di Leray-Schauder e stime a priori. Applicazioni. Teoremi di punto fisso in spazi normati ordinati con norma M-monotona. Applicazioni ad equazioni integrali.

TEOREMI DI TIPO STONE-WEIERSTRASS [3]

Teoremi di densità per sottoreticoli e sottoalgebre di C(X,IR) e C(X,C), X compatto. I teoremi classici di Weierstrass (forma algebrica e forma trigonometrica). Applicazioni allo studio delle formule di quadratura. Teoremi di tipo Stone - Weierstrass in C_0(X,IR) e C_0(X,C), X localmente compatto. Applicazioni. Densità del rango della trasformazione di Fourier su $L_1(IR^n)$. Trasformate di Fourier di misure di Borel finite su IR^n . Proprietà. Teorema di P. Levy sulla convergenza debole di successioni di misure di Borel finite su IR^n. Applicazioni.

OPERATORI POSITIVI SU C_0 (X), FORME LINEARI POSITIVE, MISURE DI RADON [2,3]

Forme lineari positive ed operatori positivi su C0(X). Misure di Radon su uno spazio localmente compatto. Misure di Radon a supporto finito. Il teorema di rappresentazione di Riesz. Ulteriori teoremi di rappresentazione integrale. Il duale dello spazio $C_0(X)$. Convergenza vaga e convergenza debole per successioni di misure di Radon e di misure di Borel.

PROCESSI DI APPROSSIMAZIONE POSITIVI SU $C_0(X)$ E TEOREMI DI TIPO KOROVKIN [1]

Teoremi di approssimazione di tipo Korovkin per operatori positivi e per l'operatore identità. I due teoremi di Korovkin. Equivalenza fra il teorema di Korovkin, il teorema di Bernstein ed il teorema di Weierstrass. Insiemi di Korovkin. Caratterizzazione degli insiemi di Korovkin in termini di misure di Radon. Esempi ed applicazioni.

Processi di approssimazione in spazi di funzioni continue. Gli operatori di Bernstein, Kantorovitch, Szasz-Mirakjan, Fejèr e Poisson e loro proprietà di approssimazione. Applicazioni: approssimazione di funzioni continue e di funzioni di potenza p-esima sommabile in termini di polinomi, invarianza delle classi delle funzioni crescenti, convesse, Lipschitziane e a variazione limitata rispetto agli operatori di Bernstein, convergenza secondo Cesaro e secondo Abel delle serie di Fourier di funzioni continue e periodiche, il problema classico di Dirichlet sul cerchio.

TESTI CONSIGLIATI:

[1] F. ALTOMARE - M. CAMPITI, Korovkin-type Approximation Theory and its Applications, De Gruyter Series Studies in Mathematics, 17, De Gruyter & Co. Berlin, New York ,1994.

[2] G. CHOQUET, Lecture on Analysis, vol. I, W.A. Benjamin Inc., New York, 1969.

[3] G. B. FOLLAND, Real Analysis, J. Wiley & Sons Inc., New York, 1999.

[4] K. GOEBEL, A concise course on fixed point theorems, Yokohama Publishers, 2002.

[5] E. ZEIDLER, Applied Functional Analysis, Vol. 109, Springer – Verlag, Berlin, 1995.