

# PROGRAMMA DEL CORSO DI "ANALISI MATEMATICA 3"

## LAUREA IN MATEMATICA – 7 CFU

A.A. 2012/2013

**Prof. Francesco Altomare, Dr. Mirella Cappelletti Montano**

### LO SPAZIO $\mathbb{R}^n$ , $n \geq 1$ , SPAZI NORMATI, SPAZI METRICI

Lo spazio vettoriale  $\mathbb{R}^n$ ,  $n \geq 1$ , ed il suo duale. Basi canoniche. Funzionali lineari su  $\mathbb{R}^n$ . Applicazioni lineari di  $\mathbb{R}^n$  in  $\mathbb{R}^m$  e matrici. Funzioni a valori vettoriali. Disuguaglianze notevoli. Le norme  $\|\cdot\|_p$ ,  $1 \leq p < +\infty$ .

Spazi normati. Esempi notevoli. Sottospazi normati. Norme equivalenti. Insiemi limitati. Applicazioni limitate.

Spazi metrici. Esempi notevoli. Distanza associata ad una norma. Distanza indotta su un sottoinsieme di uno spazio metrico. Spazi metrici prodotto. Distanze equivalenti.

Elementi di topologia in spazi metrici. Insiemi aperti, insiemi chiusi: Esempi e proprietà. Aderenza, derivato, frontiera, ed interno di sottoinsiemi di spazi metrici. Proprietà.

Limiti. Limiti di funzioni vettoriali. Successioni convergenti in spazi metrici. Esempi e proprietà. Continuità. Esempi e proprietà. Funzioni vettoriali continue. Applicazioni lineari continue fra spazi normati. Continuità delle applicazioni lineari su  $\mathbb{R}^n$ . Funzioni vettoriali differenziabili. Il teorema degli accrescimenti finiti.

Spazi metrici compatti. Esempi e proprietà. Sottoinsiemi compatti. Sottoinsiemi compatti di  $\mathbb{R}^n$ . Il teorema di Weierstrass. Applicazioni uniformemente continue. Il teorema di Cantor.

### CALCOLO DIFFERENZIALE PER FUNZIONI DI PIÙ' VARIABILI

Funzioni di più variabili reali parzialmente derivabili, derivate parziali e loro proprietà. Funzioni derivabili parzialmente lungo una direzione. Il teorema di Schwarz sull'invertibilità dell'ordine di derivazione.

Funzioni di più variabili reali a valori in  $\mathbb{R}^m$  derivabili parzialmente e loro proprietà. Gradiente di una funzione e sue proprietà. Differenziale totale. Differenziabilità. Interpretazione geometrica. Teorema sul differenziale totale. Derivabilità secondo Fréchet. Differenziabilità per funzioni a valori in  $\mathbb{R}^m$  e matrici Jacobiane. Derivate direzionali. Teorema sulla derivabilità delle funzioni composte. Differenziabilità delle funzioni composte.

Spazi metrici connessi. Insiemi convessi di uno spazio normato. Teorema degli accrescimenti finiti. Funzioni di più variabili con gradiente nullo.

Differenziale totale di ordine superiore e formula di Taylor per funzioni di più variabili.

Punti di massimo e di minimo relativi (propri) per funzioni di più variabili. Condizioni necessarie. Autovalori e forme quadratiche associate ad una matrice. Matrici Hessiane. Condizioni sufficienti per punti di massimo e di minimo relativi. Metodi di ricerca di punti di massimo e di minimo relativi ed assoluti. Punti di massimo e di minimo vincolati (cenni).

## **FUNZIONI IMPLICITE E TEOREMA DEL DINI**

Introduzione al problema della determinazione di funzione implicite. Teorema del Dini sulle funzioni implicite per funzioni di due variabili. Applicazioni. Problemi di massimo e di minimo vincolati. Metodo dei moltiplicatori di Lagrange.

## **SUCCESSIONI E SERIE DI FUNZIONI**

Successioni di funzioni puntualmente convergenti ed uniformemente convergenti. Criterio di uniforme convergenza di Cauchy. Teorema del Dini. Teorema sull'inversione dei limiti. Teorema di passaggio al limite sotto il segno di derivata. Teorema di passaggio al limite sotto il segno di integrale.

Serie di funzioni a valori reali o complessi. Serie di funzioni puntualmente convergenti e loro somma. Serie di funzioni uniformemente convergenti. Criterio di convergenza di Cauchy per serie di funzioni uniformemente convergenti. Serie di funzioni assolutamente convergenti, equi-assolutamente convergenti e totalmente convergenti. Teorema di derivazione termine a termine. Teorema di integrazione termine a termine.

Serie di potenze di variabile reale. Serie di potenze ottenute per integrazione e per derivazione. Raggio di convergenza. Criteri della radice e del rapporto. Teorema di Abel. Raggi di convergenza delle serie ottenute per integrazione e per derivazione.

Funzioni sviluppabili in serie di Taylor. La serie binomiale. Sviluppi in serie di Taylor notevoli. Applicazioni al calcolo di integrali.

## **TESTI CONSIGLIATI**

[1] N. FUSCO - P. MARCELLINI – C. SBORDONE, *Analisi Matematica due*, Liguori Editore, Napoli, 1996.

[2] P. MARCELLINI – C. SBORDONE, *Esercitazioni di Matematica, 2° Volume, Parte I e Parte II*, Liguori Editore, Napoli, 1989.

[4] G. ZWIRNER, *Esercizi di Analisi Matematica, Parte seconda*, Edizioni Cedam, Padova, 1977.