

Esame di *Calcolo delle probabilità e statistica* (per studenti di Informatica) corso A e B

Università degli studi di Bari Aldo Moro
Docente: Stefano Rossi, Simone Del Vecchio

11-07-2022

Esercizio 1. Il numero di pizze vendute da una certa pizzeria in un giorno di apertura è una variabile aleatoria con distribuzione di Poisson di parametro $\lambda_1 = 40$, mentre il numero di bibite vendute è una variabile di Poisson di parametro $\lambda_2 = 0.5$. Considerando il numero di bibite e pizze vendute in giorni diversi come variabili aleatorie indipendenti, rispondere ai seguenti quesiti.

- (1) Calcolare la probabilità che in un giorno scelto a caso venga venduta una sola bibita.
- (2) Calcolare la probabilità che in una settimana lavorativa di 6 giorni venga venduta almeno una bibita.
- (3) Calcolare la media e la varianza del numero totale di pizze vendute in un anno, sapendo che in un anno la pizzeria è aperta 255 giorni.

Esercizio 2. Per ogni valore del parametro $\lambda > 0$ si considera la funzione

$$f(x) := \frac{\lambda}{x^2} e^{-\frac{\lambda}{x}} \chi_{(0,\infty)}(x), x \in \mathbb{R}.$$

- (1) Verificare che f è la densità di una certa variabile aleatoria X .
- (2) Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza di λ relativo a un campione di rango n , (X_1, X_2, \dots, X_n) , distribuito come X .
- (3) Esibire una statistica sufficiente per il parametro λ .
- (4) Determinare la legge di $\frac{1}{X}$ e dire se si tratta di una legge notevole.
- (5) Calcolare $E[\frac{1}{X}]$.

Esercizio 3. Dare la definizione di distribuzione chi-quadrato $\chi^2(n)$ con n gradi di libertà, ed enunciare la relativa proprietà di riproducibilità.

Si vuole verificare l'ipotesi che la varianza σ^2 di una popolazione normale sia pari a 4. A tal fine, si considera un campione di rango $n = 15$, e si trova una varianza campionaria pari a $S^2 = 5.72$. Eseguire il test opportuno per verificare l'ipotesi con un livello di significatività del 5% e del 10%.