

Esame di *Calcolo delle probabilità e statistica* (per studenti di Informatica)  
corso A e B

Università degli studi di Bari Aldo Moro  
Docente: Stefano Rossi, Simone Del Vecchio

11–07–2022

**Esercizio 1.** Il numero di pizze vendute da una certa pizzeria in un giorno di apertura è una variabile aleatoria con distribuzione di Poisson di parametro  $\lambda_1 = 40$ , mentre il numero di bibite vendute è una variabile di Poisson di parametro  $\lambda_2 = 0.5$ . Considerando il numero di bibite e pizze vendute in giorni diversi come variabili aleatorie indipendenti, rispondere ai seguenti quesiti.

- (1) Calcolare la probabilità che in un giorno scelto a caso venga venduta una sola bibita.
- (2) Calcolare la probabilità che in una settimana lavorativa di 6 giorni venga venduta almeno una bibita.
- (3) Calcolare la media e la varianza del numero totale di pizze vendute in un anno, sapendo che in un anno la pizzeria è aperta 255 giorni.

**Esercizio 2.** Per ogni valore del parametro  $\lambda > 0$  si considera la funzione

$$f(x) := \frac{\lambda}{x^2} e^{-\frac{\lambda}{x}} \chi_{(0,\infty)}(x), x \in \mathbb{R}.$$

- (1) Verificare che  $f$  è la densità di una certa variabile aleatoria  $X$ .
- (2) Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza di  $\lambda$  relativo a un campione di rango  $n$ ,  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , distribuito come  $X$ .
- (3) Esibire una statistica sufficiente per il parametro  $\lambda$ .
- (4) Determinare la legge di  $\frac{1}{X}$  e dire se si tratta di una legge notevole.
- (5) Calcolare  $E[\frac{1}{X}]$ .

**Esercizio 3.** Dare la definizione di distribuzione chi-quadrato  $\chi^2(n)$  con  $n$  gradi di libertà, ed enunciare la relativa proprietà di riproducibilità.

Si vuole verificare l'ipotesi che la varianza  $\sigma^2$  di una popolazione normale sia pari a 4. A tal fine, si considera un campione di rango  $n = 15$ , e si trova una varianza campionaria pari a  $S^2 = 5.72$ . Eseguire il test opportuno per verificare l'ipotesi con un livello di significatività del 5% e del 10%.