

Prova Scritta di **Matematica Discreta**
C.L. **ITPS** Track A-L
01 Luglio 2024

Esercizio 1. Date le permutazioni

$$\alpha = (1\ 3\ 4)(1\ 5\ 8)(2\ 3\ 6), \quad \beta = (1\ 4)(3\ 4\ 9)(1\ 4)(2\ 4\ 5\ 9)$$

in S_{12} , determinare periodo, parità e struttura ciclica di $\gamma = \alpha^{12345}\beta^{12345}$.

Esercizio 2. Quanti numeri naturali di 5 cifre (decimali) non contengono la stessa cifra due volte? Quanti numeri naturali di 5 cifre hanno il 7 che compare esattamente tre volte?

Esercizio 3. Assegnato il polinomio $f(x) = x^4 + 4 \in \mathbb{Z}_5[x]$,

- (1) determinare la sua decomposizione in irriducibili di $\mathbb{Z}_5[x]$;
- (2) decidere se l'elemento $[2x + 1]_f$ è un elemento invertibile di $A = \mathbb{Z}_5[x]/(f)$ o se è un divisore di zero, determinandone l'inverso o un codivisore di zero, rispettivamente.

Esercizio 4. Determinare gli elementi di $\mathcal{U}(\mathbb{Z}_4 \oplus \mathbb{Z}_3)$ e il periodo (moltiplicativo) di ciascuno di essi. Il gruppo $\mathcal{U}(\mathbb{Z}_4 \oplus \mathbb{Z}_3)$ è ciclico?

Esercizio 5. Assegnata la matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in GL_4(\mathbb{Z}_5),$$

calcolarne il determinante e l'inversa.