

Prova Scritta di **Matematica Discreta**

C.L. **ITPS** – Track A–L

11 Novembre 2024

Esercizio 1. Sia $S := \{2, 3, 5, 7, 11\} \subseteq \mathbb{Z}$. Quanti sono i numeri interi che si possono ottenere moltiplicando tra loro 10 fattori presi in S ?

Esercizio 2. Risolvere il seguente sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 2x \equiv 4 \pmod{45} \\ 3x \equiv 93 \pmod{147} \\ x \equiv 52 \pmod{175} \end{cases}$$

indicandone la minima soluzione > 20000 .

Esercizio 3. Assegnate le permutazioni

$$\alpha := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 \\ 3 & 4 & 1 & 6 & 11 & 13 & 9 & 10 & 5 & 12 & 7 & 14 & 15 & 16 & 17 & 8 & 2 \end{pmatrix} \in S_{17}$$
$$\beta := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 \\ 10 & 3 & 12 & 14 & 9 & 15 & 11 & 4 & 7 & 8 & 5 & 13 & 6 & 16 & 2 & 17 & 1 \end{pmatrix} \in S_{17}$$

determinare il periodo e la parità di α^{-23143} , $\beta^{-233324}$ e di $\alpha \circ \beta$.

Esercizio 4. Sia $p := x^3 + x^2 - 1 \in \mathbb{Z}_3[x]$ e sia $A := \mathbb{Z}_3[x]/(p)$. Si dica se l'elemento $[x^2 - 1]_p \in A$ è o meno invertibile in A , calcolandone l'inverso in caso affermativo o determinandone un co-divisore di zero altrimenti.

Esercizio 5. Dato il seguente sistema a coefficienti in \mathbb{Z}_5

$$\begin{cases} 4x_1 & + & 3x_2 & + & 2x_3 & & & = & 2 \\ 3x_1 & + & x_2 & + & 4x_3 & + & x_4 & = & 1 \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & & & = & 3 \end{cases}$$

dire quante sono le sue soluzioni, ed esibirne esplicitamente due.