

CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA

Algebra n.1

Anno Accademico 2018/19

Appello del 25 settembre 2019

1. Dato un intero positivo n , e data una permutazione $\alpha \in S_n$, sia

$$H(\alpha) = \{ \sigma \in S_n \mid \sigma\alpha = \alpha\sigma^2 \}.$$

- (a) Provare che per ogni $\sigma \in H(\alpha)$, $o(\sigma)$ è dispari.
- (b) Per $n = 4$, dire se $H((1, 2))$ è un sottogruppo di S_4 .
- (c) Per $n = 3$, dire se $H((1, 2))$ è un sottogruppo di S_3 .

2. Dato un intero n , sia $N = n^{3603} + 3n^{4922} - 4n^{9661}$.

- (a) Determinare tutti gli n per i quali 9 divide N .
- (b) Determinare tutti gli n per i quali 25 divide N .

3. Sia p un primo maggiore di 2.

- (a) Provare che il polinomio $f(x) = \sum_{i=0}^{p-2} x^i \in \mathbb{Z}_p[x]$ ha una radice in \mathbb{Z}_p .
- (b) Dire se il polinomio $g(x) = \sum_{i=1}^{p-1} [i]_p x^{i-1} \in \mathbb{Z}_p[x]$ ha una radice in \mathbb{Z}_p .