

Prova Scritta di **Matematica Discreta**
 C.L. **ITPS** – Corso A
 01 Settembre 2025

Esercizio 1.

Determinare il periodo (additivo) di ciascuno degli elementi dell'anello \mathbb{Z}_{12} , e quello moltiplicativo degli elementi di $\mathcal{U}(\mathbb{Z}_{12})$.

Esercizio 2. Data la permutazione

$$\sigma := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 6 & 7 & 4 \end{pmatrix} \in S_7$$

determinare cicli, struttura ciclica e periodo di σ^5 . Quanti sono gli elementi del gruppo S_7 che hanno periodo 12?

Esercizio 3.

Risolvere se possibile il sistema

$$\begin{cases} 2x + 38 \equiv 4 \pmod{44} \\ 61x \equiv 11 \pmod{5} \\ 5x \equiv 7 \pmod{8} \end{cases}$$

indicandone la massima soluzione ≤ -1000 .

Esercizio 4.

Sia $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & u \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_5)$. Per quali valori di $u \in \mathbb{Z}_5$ la matrice \mathbf{a} è un elemento di periodo 4 nel gruppo $GL_2(\mathbb{Z}_5)$?

Esercizio 5. Per quali valori di $c \in \mathbb{Z}_5$ l'anello $\mathbb{Z}_5[x]/(x^2 - c)$ è un campo? Determinare poi

- (1) l'insieme degli elementi invertibili di $A := \mathbb{Z}_5[x]/(x^2 - 2)$;
- (2) l'insieme dei divisori di zero di $B := \mathbb{Z}_5[x]/(x^2 - 4)$.