

Prova Scritta di **Matematica Discreta**  
C.L. **ITPS** – Corso A  
01 Settembre 2025

**Esercizio 1.**

Determinare il periodo (additivo) di ciascuno degli elementi dell'anello  $\mathbb{Z}_{12}$ , e quello moltiplicativo degli elementi di  $\mathcal{U}(\mathbb{Z}_{12})$ .

**Esercizio 2.** Data la permutazione

$$\sigma := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 6 & 7 & 4 \end{pmatrix} \in S_7$$

determinare cicli, struttura ciclica e periodo di  $\sigma^5$ . Quanti sono gli elementi del gruppo  $S_7$  che hanno periodo 12?

**Esercizio 3.**

Risolvere se possibile il sistema

$$\begin{cases} 2x + 38 \equiv 4 \pmod{44} \\ 61x \equiv 11 \pmod{5} \\ 5x \equiv 7 \pmod{8} \end{cases}$$

indicandone la massima soluzione  $\leq -1000$ .

**Esercizio 4.**

Sia  $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & u \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_5)$ . Per quali valori di  $u \in \mathbb{Z}_5$  la matrice  $\mathbf{a}$  è un elemento di periodo 4 nel gruppo  $GL_2(\mathbb{Z}_5)$ ?

**Esercizio 5.** Per quali valori di  $c \in \mathbb{Z}_5$  l'anello  $\mathbb{Z}_5[x]/(x^2 - c)$  è un campo? Determinare poi

- (1) l'insieme degli elementi invertibili di  $A := \mathbb{Z}_5[x]/(x^2 - 2)$ ;
- (2) l'insieme dei divisori di zero di  $B := \mathbb{Z}_5[x]/(x^2 - 4)$ .