

Prova scritta di **Geometria 2**
8 Giugno 2023

Esercizio 1. Sono dati uno spazio vettoriale Euclideo (V, g) di dimensione 2 e una sua base $\mathfrak{B} = \{e_1, e_2\}$ tale che

$$\|e_1\| = 1 = \|e_2\|.$$

a) Determinare una base ortogonale $\{v_1, v_2\}$ di (V, g) tale che:

$$g(v_1, e_1) = -2,$$

assumendo che $g(e_1, e_2) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

b) Mostrare che l'endomorfismo $F : (V, g) \rightarrow (V, g)$ tale che:

$$F(e_1) = e_2, \quad F(e_2) = e_1,$$

è simmetrico.

Esercizio 2. Sia fissato in $E_3(\mathbb{R})$ il riferimento cartesiano standard $\mathcal{R}(O, \mathcal{B})$.

Si considerino la retta $r : \begin{cases} x + y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ e il punto $A(1, 0, 1)$.

a) Determinare la distanza di A da r .

b) Determinare il piano α passante per A e contenente la retta r .

c) Determinare la circonferenza \mathcal{C} di centro A e tangente alla retta r .

Esercizio 3. Sia fissato in $E_2(\mathbb{R})$ il riferimento cartesiano standard $\mathcal{R}(O, \mathcal{B})$.

Si consideri la conica

$$\mathcal{C} : x^2 + 9y^2 + 6xy - 6x + 2y = 0.$$

Classificare \mathcal{C} e determinare una isometria φ tale che $\varphi(\mathcal{C}) = \mathcal{C}_0$, con \mathcal{C}_0 in forma canonica.