

Dimostrazione del Corollario 3.15

Si osservi che, essendo A_n un sottogruppo normale di S_n , il prodotto HA_n è un sottogruppo di S_n . Se, per ipotesi, H non è contenuto in A_n , allora esiste un elemento h di H che non appartiene ad A_n : lo stesso elemento, naturalmente, appartiene ad HA_n , ne consegue che A_n è strettamente incluso in HA_n . Dal Teorema di Lagrange segue che l'ordine $|HA_n|$ è un multiplo proprio di $|A_n| = \frac{n!}{2}$, e, contemporaneamente, un divisore di $|S_n| = n!$. L'unica possibilità è che sia $|HA_n| = n!$, ossia che $HA_n = S_n$.