

**I numeri 2 e 3 sono primi nell'anello  $A = \mathbb{Z}\left[\frac{1+i\sqrt{19}}{2}\right]$ ?**

Il polinomio minimo di  $\frac{1+i\sqrt{19}}{2}$  su  $\mathbb{Q}$  è  $f(x) = x^2 - x + 5$ . Le sue riduzioni modulo 2 e modulo 3 sono, rispettivamente,  $x^2 + x + \bar{1} \in \mathbb{Z}_2[x]$  e  $x^2 + \bar{2}x + \bar{2} \in \mathbb{Z}_3[x]$ , polinomi entrambi irriducibili, in quanto privi di radici in  $\mathbb{Z}_2$  e in  $\mathbb{Z}_3$ , rispettivamente. Ne consegue che 2 e 3 sono primi in  $A$ . In particolare sono ivi irriducibili.