

I numeri 2 e 3 sono primi nell'anello $A = \mathbb{Z}\left[\frac{1+i\sqrt{19}}{2}\right]$?

Il polinomio minimo di $\frac{1+i\sqrt{19}}{2}$ su \mathbb{Q} è $f(x) = x^2 - x + 5$. Le sue riduzioni modulo 2 e modulo 3 sono, rispettivamente, $x^2 + x + \bar{1} \in \mathbb{Z}_2[x]$ e $x^2 + \bar{2}x + \bar{2} \in \mathbb{Z}_3[x]$, polinomi entrambi irriducibili, in quanto privi di radici in \mathbb{Z}_2 e in \mathbb{Z}_3 , rispettivamente. Ne consegue che 2 e 3 sono primi in A . In particolare sono ivi irriducibili.